

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen der Statik	1
1.1 Die Kraft	1
1.2 Axiome der Statik	3
1.3 Das Schnittprinzip	5
2 Das zentrale ebene Kraftsystem	9
2.1 Äquivalenz	9
2.2 Gleichgewicht	13
2.3 Aufgaben	16
3 Das allgemeine ebene Kraftsystem (Äquivalenz)	17
3.1 Grafische Ermittlung der Resultierenden	17
3.2 Parallele Kräfte	19
3.3 Kräftepaar und Moment	19
3.4 Das Moment einer Kraft	23
3.5 Äquivalenz	24
3.5.1 Versetzungsmoment	24
3.5.2 Analytische Ermittlung der Resultierenden	25
3.6 Fazit zum Thema Äquivalenz	28
4 Schwerpunkte	29
4.1 Schwerpunkte von Körpern	30
4.2 Flächenschwerpunkte	31
4.3 Linienschwerpunkte	36
4.4 Experimentelle Schwerpunktermittlung	37
4.5 Flächenschwerpunkte, Computer-Verfahren	38
4.5.1 Eine durch einen Polygonzug begrenzte ebene Fläche	38
4.5.2 Durch zwei Funktionen begrenzte Fläche	41
4.6 Volumen-, Flächen- und Linienlasten	43
4.7 Aufgaben	45
5 Gleichgewicht des ebenen Kraftsystems	47
5.1 Die Gleichgewichtsbedingungen	47
5.2 Lager und Lagerreaktionen in der Ebene	49
5.3 Statisch bestimmte Lagerung	52
5.4 Aufgaben	59

6 Ebene Systeme starrer Körper	61
6.1 Statisch bestimmte Systeme	61
6.2 Stäbe und Seile als Verbindungselemente	70
6.3 Lineare Gleichungssysteme	73
6.4 Fachwerke	80
6.4.1 Statisch bestimmte Fachwerke	80
6.4.2 Berechnungsverfahren	82
6.4.3 Komplizierte Fachwerke, Computerrechnung	85
6.4.4 Starrkörpersysteme als Fachwerke, Leichtbau	89
6.5 Aufgaben	91
7 Schnittgrößen	93
7.1 Definitionen	93
7.2 Differenzielle Zusammenhänge	99
7.3 Ergänzende Aussagen zu den Schnittgrößen	103
7.4 Aufgaben	107
8 Räumliche Probleme	109
8.1 Zentrales Kraftsystem	109
8.2 Räumliche Fachwerke	115
8.3 Allgemeines Kraftsystem	119
8.3.1 Momente	119
8.3.2 Das Moment einer Kraft	123
8.3.3 Äquivalenz und Gleichgewicht	126
8.4 Schnittgrößen	129
8.5 Aufgaben	131
9 Haftung	133
9.1 Coulombsches Haftungsgesetz	133
9.2 Seilhaftung	137
9.3 Aufgaben	141
10 Elastische Lager	143
10.1 Lineare Federn	143
10.2 Gleichgewicht bei steifen Federn	145
10.3 Gleichgewicht bei weichen Federn	148
10.4 Beurteilung der Gleichgewichtslagen	151
10.5 Aufgaben	155
11 Seilstatik, Kettenlinien, Stützlinsen	157
11.1 Das Seil unter Eigengewicht	158
11.2 Das Seil unter konstanter Linienlast	163

12 Grundlagen der Festigkeitslehre	167
12.1 Beanspruchungsarten	167
12.2 Spannungen und Verzerrungen	168
12.3 Der Zugversuch	170
12.4 Hookesches Gesetz, Querkontraktion	172
13 Festigkeitsnachweis	173
13.1 Belastungsarten	174
13.2 Dauerfestigkeit	175
13.3 Gestaltfestigkeit	177
13.4 Zeitfestigkeit	179
13.4.1 Spannungskollektive	179
13.4.2 Palmgren-Miner, Gaßner-Kurven	181
14 Zug und Druck	183
14.1 Spannung, Dehnung	183
14.2 Statisch unbestimmte Probleme	186
14.3 Temperatureinfluss, Fehlmaße	188
14.4 Aufgaben	194
15 Der Stab als finites Element	195
15.1 Die Finite-Elemente-Methode (FEM)	195
15.2 Fluchtende Stabelemente	196
15.3 Ebene Fachwerk-Elemente	203
15.4 Temperaturdehnung, Anfangsdehnung	207
15.5 Physikalische und mathematische Modelle, Nutzung von FEM-Programmen	210
15.6 Aufgaben	214
16 Biegung	215
16.1 Biegemoment und Biegespannung	215
16.2 Flächenträgheitsmomente	220
16.2.1 Definitionen	220
16.2.2 Einige wichtige Formeln	222
16.2.3 Der Satz von Steiner	223
16.2.4 Zusammengesetzte Flächen	224
16.2.5 Hauptträgheitsmomente, Hauptzentralachsen	227
16.2.6 Formalisierung der Berechnung	230
16.2.7 Durch Polygonzüge begrenzte Flächen, beliebig berandete Flächen	235
16.3 Gültigkeit der Biegespannungsformel, Widerstandsmomente, Beispiele	238
16.4 Aufgaben	246

17	Verformungen durch Biegemomente	249
17.1	Differenzialgleichung der Biegelinie	249
17.2	Integration der Differenzialgleichung	251
17.3	Rand- und Übergangsbedingungen	257
17.4	Einige einfache Biegelinien	260
17.5	Statisch unbestimmte Systeme	262
17.6	Superposition	268
17.7	Aufgaben	271
18	Computer-Verfahren für Biegeprobleme	273
18.1	Das Differenzenverfahren	273
18.1.1	Differenzenformeln	274
18.1.2	Biegelinie bei konstanter Biegesteifigkeit	275
18.1.3	Biegelinie bei veränderlicher Biegesteifigkeit	279
18.1.4	Vermeiden von Übergangsbedingungen	282
18.1.5	Einige spezielle Randbedingungen	284
18.2	Der Biegeträger als finites Element	288
18.2.1	Element-Steifigkeitsmatrix für Biegeträger	288
18.2.2	Element-Belastungen (Linienlasten)	293
18.2.3	Exakte Lösungen, Näherungslösungen	296
18.2.4	Biegesteife Rahmentragwerke	299
18.3	Aufgaben	305
19	Spezielle Biegeprobleme	307
19.1	Schiefe Biegung	307
19.2	Der elastisch gebettete Träger	312
19.2.1	Differenzialgleichung für den elastisch gebetteten Träger	312
19.2.2	Lösung der Differenzialgleichung der Biegelinie	313
19.2.3	Lösung mit dem Differenzenverfahren	317
19.2.4	Lösung mit der Finite-Elemente-Methode	321
19.3	Der gekrümmte Träger	323
19.3.1	Schnittgrößen	323
19.3.2	Spannungen infolge Biegemoment und Normalkraft	327
19.3.3	Verformungen des Kreisbogenträgers	332
19.3.4	Numerische Berechnung der Verformungen	338
19.4	Aufgaben	341
20	Querkraftschub	343
20.1	Ermittlung der Schubspannungen	343
20.2	Dünnwandige offene Profile, Schubmittelpunkt	349
20.3	Schubspannungen in Verbindungsmitteln	354
20.4	Verformungen durch Querkräfte	356
20.5	Aufgaben	360

21 Torsion	361
21.1 Torsion von Kreis- und Kreisringquerschnitten	361
21.2 St.-Venantsche Torsion beliebiger Querschnitte	366
21.3 St.-Venantsche Torsion dünnwandiger Querschnitte	369
21.3.1 Dünnwandige geschlossene Querschnitte	369
21.3.2 Dünnwandige offene Querschnitte	376
21.4 Formeln für die St.-Venantsche Torsion	381
21.5 Numerische Lösungen	382
21.6 Aufgaben	383
22 Zusammengesetzte Beanspruchung	385
22.1 Modelle der Festigkeitsberechnung	385
22.2 Der einachsige Spannungszustand	387
22.3 Der ebene Spannungszustand	389
22.4 Der räumliche Spannungszustand	396
22.5 Festigkeitshypothesen	399
22.5.1 Normalspannungs- und Schubspannungshypothese	400
22.5.2 Gestaltänderungshypothese	401
22.5.3 Berechnung von Wellen	402
22.6 Aufgaben	404
23 Knickung	405
23.1 Stabilitätsprobleme der Elastostatik	405
23.2 Stab-Knickung	406
23.3 Differenzialgleichung 4. Ordnung	414
23.4 Numerische Lösung von Knickproblemen	416
23.5 Aufgaben	420
24 Formänderungsenergie	421
24.1 Arbeitssatz	421
24.2 Formänderungsenergie für Grundbeanspruchungen	423
24.3 Satz von MAXWELL und BETTI	425
24.4 Verfahren auf der Basis der Formänderungsenergie	427
24.5 Statisch bestimmte Probleme	434
24.6 Statisch unbestimmte Probleme	437
24.7 Aufgaben	443
25 Rotationssymmetrische Modelle	445
25.1 Rotationssymmetrische Scheiben	445
25.2 Spezielle Anwendungsbeispiele	450
25.3 Dünnwandige Behälter (Membranspannungen)	455
25.4 Aufgaben	456

26 Kinematik des Punktes	457
26.1 Geradlinige Bewegung des Punktes	457
26.1.1 Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung	457
26.1.2 Kinematische Diagramme	462
26.2 Allgemeine Bewegung des Punktes	463
26.2.1 Allgemeine Bewegung in einer Ebene	463
26.2.2 Beschleunigungsvektor, Bahn- und Normalbeschleunigung	466
26.2.3 Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung	470
26.2.4 Koppelgetriebe	472
26.2.5 Darstellung der Bewegung mit Polarkoordinaten	477
26.2.6 Allgemeine Bewegung im Raum	480
26.3 Aufgaben	481
27 Kinematik starrer Körper	483
27.1 Die ebene Bewegung des starren Körpers	483
27.1.1 Reine Rotation	483
27.1.2 Translation und Rotation	486
27.1.3 Der Momentanpol	488
27.1.4 Geschwindigkeit und Beschleunigung	491
27.2 Ebene Relativbewegung eines Punktes	496
27.3 Bewegung des starren Körpers im Raum	501
27.3.1 Reine Rotation	501
27.3.2 Allgemeine Bewegung	503
27.3.3 Relativbewegung eines Punktes	504
27.4 Systeme starrer Körper	506
27.5 Aufgaben	513
28 Kinetik des Massenpunktes	515
28.1 Dynamisches Grundgesetz	515
28.2 Kräfte am Massenpunkt	518
28.2.1 Geschwindigkeitsabhängige Bewegungswiderstände	518
28.2.2 Massenkraft, das Prinzip von d'Alembert	520
28.3 Lösungen für Bewegungs-Differenzialgleichungen	525
28.3.1 Problemstellung	525
28.3.2 Numerische Integration von Anfangswertproblemen	526
28.3.3 Schrittweiten, Fehler, Kontrollen	528
28.4 Integration des dynamischen Grundgesetzes	532
28.4.1 Arbeit, Energie, Leistung	532
28.4.2 Der Impulssatz	534
28.4.3 Der Energiesatz	535
28.5 Aufgaben	539

29 Kinetik starrer Körper	541
29.1 Reine Translation	541
29.2 Rotation um eine feste Achse	541
29.3 Massenträgheitsmomente	547
29.3.1 Massenträgheitsmomente einfacher Körper	547
29.3.2 Der Satz von Steiner	550
29.3.3 Deviationsmomente, Hauptachsen	552
29.4 Beispiele zur Rotation um eine feste Achse	559
29.4.1 Allgemeine Beispiele	559
29.4.2 Auswuchten von Rotoren	564
29.5 Ebene Bewegung starrer Körper	568
29.5.1 Schwerpunktsatz, Drallsatz	568
29.5.2 Das Prinzip von d’Alembert	571
29.5.3 Energiesatz	576
29.5.4 Beispiele	577
29.6 Räumliche Bewegung starrer Körper	585
29.6.1 Schwerpunktsatz, Drallsatz	585
29.6.2 Körperfeste Koordinaten, Eulersche Gleichungen, Kreiselbewegung	588
29.6.3 Das Kreiselmoment	592
29.7 Aufgaben	595
30 Kinetik des Massenpunktsystems	597
30.1 Schwerpunktsatz, Impulssatz, Drallsatz	597
30.2 Stoß	601
30.2.1 Der gerade zentrische Stoß	601
30.2.2 Der schiefe zentrische Stoß	605
30.2.3 Der exzentrische Stoß	607
30.3 Aufgaben	610
31 Schwingungen	611
31.1 Harmonische Schwingungen	611
31.2 Freie ungedämpfte Schwingungen	613
31.2.1 Schwingungen mit kleinen Ausschlägen	614
31.2.2 Elastische Systeme	616
31.2.3 Nichtlineare Schwingungen	619
31.3 Freie gedämpfte Schwingungen	620
31.4 Erzwungene Schwingungen	623
31.4.1 Schwingungen mit harmonischer Erregung der Masse	623
31.4.2 Erregung über Feder und Dämpfer	626
31.4.3 Unwuchterregung	628
31.4.4 Biegekritische Drehzahlen	629
31.5 Aufgaben	631

32 Systeme mit mehreren Freiheitsgraden	633
32.1 Freie ungedämpfte Schwingungen	633
32.2 Torsionsschwingungen	637
32.3 Eigenschwingungen linear-elastischer Systeme	640
32.4 Biegekritische Drehzahlen	643
32.5 Zwangsschwingungen, Schwingungstilgung	644
32.6 Kontinuierliche Massebelegung, unendlich viele Freiheitsgrade	648
32.6.1 Biegeschwingungen gerader Träger	648
32.6.2 Analytische Lösung für Träger mit konstantem Querschnitt	649
32.7 Aufgaben	653
33 Prinzipien der Mechanik	655
33.1 Prinzip der virtuellen Arbeit	655
33.2 Prinzip der virtuellen Arbeit für Potenzialkräfte, Stabilität des Gleichgewichts	659
33.3 Prinzip von d'Alembert in der Fassung von Lagrange	665
33.4 Lagrangesche Bewegungsgleichungen	668
33.4.1 Generalisierte Kräfte, Potenzialkräfte	668
33.4.2 Virtuelle Arbeit der Massenkkräfte	669
33.4.3 Lagrangesche Gleichungen 2. Art	670
33.5 Prinzip vom Minimum des elastischen Potentials	676
33.5.1 Das Verfahren von Ritz	679
33.5.2 Randwertproblem und Variationsproblem	683
33.5.3 Verfahren von Ritz mit bereichsweise geltenden Ansatzfunktionen	687
33.5.4 Verfahren von Ritz und Finite-Elemente-Methode	689
33.6 Aufgaben	693
34 Methode der finiten Elemente	695
34.1 Zugang zur Theorie	695
34.2 Ein- bzw. zweidimensionale FEM-Modelle	698
34.2.1 Elementauswahl, Vernetzung	699
34.2.2 Reduktion der Elementlasten, Realisierung der Lagerung	701
34.2.3 Die Element-Steifigkeitsmatrix	702
34.3 Weitere Elementtypen, Testrechnungen	705
34.3.1 Scheibenelement mit 16 Freiheitsgraden	705
34.3.2 Konische Welle	709
34.3.3 St.-Venantsche Torsion	712
34.4 Aufgaben	714
35 Verifizieren von Computerrechnungen	715
35.1 Allgemeine Empfehlungen	716
35.2 Beispiele	719
Sachwortverzeichnis	747