

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b> .....	1
<b>9 Mathematik im Zeitalter des Absolutismus und der Aufklärung</b> .....	5
9.0 Einführung .....	7
9.0.1 Vom Absolutismus zur Aufklärung .....	7
9.0.2 Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 18. Jahrhundert .....	11
9.1 Zur Theorie der unendlichen Reihen in Britannien .....	19
9.2 Entwicklung des Calculus auf dem Kontinent .....	25
9.3 Die Anfänge der Variationsrechnung .....	34
9.4 Zur Geschichte der Differentialgleichungen .....	39
9.5 Neue Möglichkeiten durch die Infinitesimalmathematik .....	41
9.6 Leonhard Euler .....	45
9.7 Entwicklungen in der Geometrie .....	70
9.8 Vor- und Frühgeschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung ....	75
9.9 Die große Zeit der Enzyklopädien .....	83
<b>10 Mathematik während der Industriellen Revolution</b> .....	87
10.0 Einführung .....	90
10.0.1 Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 19. Jahrhundert .....	90
10.0.2 Die Industrielle Revolution .....	98
10.0.3 Forderungen an Mathematik und Naturwissenschaften	101
10.0.4 Entwicklung wissenschaftlicher Institutionen .....	103
10.0.5 Technikwissenschaften und Mathematik im deutschsprachigen Raum .....	109
10.0.6 Charles Babbage: „Programmgesteuerte Rechner“ ....	116
10.1 Anwendungen der Mathematik in Natur- und Ingenieurwissenschaften .....	124
10.1.1 Mathematik in der Astronomie .....	124
10.1.2 Fortschritte in der Variationsrechnung .....	127
10.1.3 Mathematische Physik .....	128
10.2 Entwicklungen in der Geometrie .....	132
10.2.1 Gaspard Monge: Darstellende Geometrie .....	132
10.2.2 Jean-Victor Poncelet: Projektive Geometrie .....	139
10.2.3 August Ferdinand Möbius: Geometrische Verwandtschaften .....	142
10.2.4 Gauß-Bolyai-Lobatschewski: Nichteuklidische Geometrie .....	146
10.2.5 Bernhard Riemann: Beitrag zur Grundlegung der Geometrie .....	159

10.2.6	Die Anerkennung der nicht-euklidischen Geometrie...	163
10.2.7	Felix Klein: Das sog. Erlanger Programm .....	167
10.2.8	David Hilbert: Axiomatisierung der Geometrie .....	172
10.2.9	Die allgemeine axiomatische Methode .....	176
10.3	Wandel in der Algebra .....	177
10.3.1	Carl Friedrich Gauß: Konstruierbarkeit regulärer Polygone .....	179
10.3.2	Carl Friedrich Gauß: Fundamentalsatz der Algebra ..	184
10.3.3	Carl Friedrich Gauß: Anerkennung der komplexen Zahlen .....	186
10.3.4	William Rowan Hamilton: Arithmetische Interpretation der komplexen Zahlen ..	187
10.3.5	Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel: Unmöglichkeit der Auflösbarkeit der Gleichung fünftens Grades in Radikalen .....	188
10.3.6	Evariste Galois: Gruppentheoretische Formulierung des Auflösungsproblems .....	195
10.3.7	Augustin Louis Cauchy: Theorie der Permutationen ..	199
10.3.8	Determinanten und Matrizen .....	199
10.3.9	William Rowan Hamilton: Quaternionenkalkül, Vektorrechnung .....	200
10.3.10	Arthur Cayley, George Boole: Die britische algebraische Schule .....	203
10.3.11	Erste algebraische Grundstrukturen: Gruppe, Körper ..	206
10.4	Carl Friedrich Gauß: <i>Principes Mathematicorum</i> .....	210
10.5	Entwicklungen in der Zahlentheorie .....	219
10.5.1	Carl Friedrich Gauß: <i>Disquisitiones arithmeticae</i> .....	219
10.5.2	Johann Peter Dirichlet: Analytische Methoden in der Zahlentheorie .....	221
10.5.3	Ernst Eduard Kummer: „Reguläre“ Primzahlen und „ideale“ Zahlen .....	223
10.5.4	Leopold Kronecker: „Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht“ .....	224
10.5.5	Richard Dedekind: „Was sind und was sollen die Zahlen?“ .....	226
10.5.6	Bernhard Riemann: Zetafunktion und Riemannsche Vermutung .....	228
10.5.7	Charles Hermite und Ferdinand Lindemann: Transzendenz von $e$ und $\pi$ .....	230
10.6	Analysis in neuem Gewande .....	232
10.6.1	Probleme in den Grundlagen der Analysis .....	233
10.6.2	Jean Baptiste Joseph de Fourier: Begründung der mathematischen Physik .....	242

10.6.3	Augustin-Louis Cauchy: Grundlagen der Analysis, Präzisierung der Begriffe...	247
10.6.4	Bernard Bolzano: Präzise Begriffe und strenge Beweise .....	253
10.6.5	Niels Henrik Abel und Carl Gustav Jacob Jacobi: Elliptische Funktionen .....	256
10.6.6	Bernhard Riemann: Neue Auffassung von Analysis und Geometrie .....	259
10.6.7	Julius Wilhelm Richard Dedekind: Dedekindscher Schnitt .....	269
10.6.8	Karl Weierstraß: Theorie der analytischen Funktionen .....	270
10.6.9	Sofia (Sophie, Sonja) Kowalewskaja: Theorie partieller Differentialgleichungen .....	276
10.6.10	Rückblick auf die Entwicklung der Analysis während des 19. Jahrhunderts .....	278
10.7	Der Weg zur klassischen Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	280
10.8	Entwicklung der Mathematik in einzelnen Regionen .....	290
10.8.1	Die Mathematik in Russland während des 19. Jahrhunderts .....	291
10.8.2	Anfänge der Mathematik in den USA .....	294
10.8.3	Mathematiker in Italien und die Einheit Italiens .....	303
10.8.4	Gründung nationaler Gesellschaften für Mathematik um die Jahrhundertwende .....	311
11	<b>Globalisierung der Mathematik seit dem Ende des 19. Jahrhunderts .....</b>	<b>313</b>
11.0	Einführung .....	318
11.0.1	Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 20. Jahrhundert .....	318
11.0.2	Entwicklung der Medien .....	338
11.0.3	Zur Historiographie der Mathematik des 20. Jahrhunderts .....	340
11.0.4	Mathematik und Mathematiker im 20. Jahrhundert ..	345
11.0.5	Ein Beispiel für die Internationalisierung der Mathematik: Die Rockefeller Foundation .....	348
11.0.6	Internationale Mathematikerkongresse – Auszeichnungen und Preise für Mathematik .....	355
11.0.7	Dreiundzwanzig Probleme .....	359
11.0.8	Die dunkle Zeit des Nationalsozialismus .....	363
11.0.9	Mathematik und Krieg .....	371
11.0.10	Entwicklung nach dem Zweiten Weltkrieg: Erweiterung der Anwendungsbereiche, Verschiebung inhaltlicher Schwerpunkte .....	373
11.1	Die Begründung der Mengenlehre .....	377

11.1.1	Rückblick auf die Vorgeschichte der Mengenlehre . . . .	377
11.1.2	Georg Cantor: Schöpfer der Mengenlehre . . . . .	380
11.1.3	Felix Hausdorff: Grundzüge der Mengenlehre . . . . .	393
11.2	Mathematisch-philosophische Strömungen . . . . .	396
11.3	Eine neue Disziplin: Funktionalanalysis . . . . .	407
11.3.1	Vorstufe: Integrations- und Maßtheorie . . . . .	407
11.3.2	Entstehung der Funktionalanalysis . . . . .	410
11.4	Algebra im 20. Jahrhundert . . . . .	423
11.4.1	Herausbildung der sog. Modernen Algebra . . . . .	423
11.4.2	Emmy Noether: Invariantentheorie, Idealtheorie und komplexe Systeme . . . . .	428
11.4.3	Die Bourbaki-Gruppe: Algebraische Strukturen . . . . .	434
11.4.4	Algebraische Geometrie (K.-H. Schlöte) . . . . .	435
11.5	Wahrscheinlichkeitsrechnung: Axiomatische Grundlegung . . . .	441
11.6	Mathematik in Göttingen . . . . .	446
11.7	Entwicklung der Mathematik in ausgewählten Regionen . . . .	473
11.7.1	Einiges aus der Entwicklung in Frankreich . . . . .	473
11.7.2	Hardy und Ramanujan – ein ungewöhnliches Beispiel internationaler Zusammenarbeit . . . . .	487
11.7.3	Die polnische Schule der Topologie . . . . .	490
11.7.4	Mathematik in Russland und in der Sowjetunion . . . .	492
11.8	Computer verändern die Welt . . . . .	503
11.8.1	Frühe Rechentechnik, mechanische Rechenmaschinen: Ein Rückblick . . . . .	506
11.8.2	Elektromechanische Rechenmaschinen: Hermann Hollerith . . . . .	510
11.8.3	Programmgesteuerte elektromechanische Digitalrechner: Konrad Zuse . . . . .	512
11.8.4	Entwicklungen in den USA und in England . . . . .	514
11.8.5	Elektromechanische Computer . . . . .	516
11.8.6	Computer mit Röhrentechnik . . . . .	517
11.8.7	Pioniere moderner Rechentechnik: John von Neumann und Alan Turing . . . . .	519
11.8.8	Computer mit Transistoren und Mikroprozessoren . . . .	522
11.8.9	Die jüngste Entwicklung der Rechenanlagen: Pipeline-Konzept, Vektorrechner und Parallelrechner (H. Luttermann) . . . . .	525
11.8.10	Kybernetik: Eine Schöpfung von Norbert Wiener . . . .	529
11.9	Gelöste und ungelöste Probleme . . . . .	538
11.9.1	Die Lösung des Vierfarbenproblems . . . . .	538
11.9.2	Der Große Fermatsche Satz: Beweis nach 300 Jahren! . . .	541
11.9.3	Offene Probleme der Zahlentheorie . . . . .	546
11.9.4	Das „Millennium Meeting“ . . . . .	550

<b>12 Gedanken zur Zukunft der Mathematik –</b>	
<b>Ein Ausblick von Eberhard Zeidler</b> .....	553
12.1 Mathematik als eine Querschnittswissenschaft .....	556
12.2 Strategien der Mathematik für die Zukunft .....	562
12.3 Zwei kürzlich gelöste berühmte Probleme der Mathematik ...	577
12.4 Berühmte offene Probleme der Mathematik .....	580
12.5 Die philosophische Dimension der Mathematik .....	583
<b>Literatur</b> .....	587
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	623
<b>Personenverzeichnis mit Lebensdaten</b> .....	639
<b>Sachverzeichnis</b> .....	661