

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I Grundbegriffe und mathematische Grundlagen

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	3
1.1	Wichtige Entwicklungsetappen der Kontinuumsmechanik	3
1.2	Aufgaben und Modelle der Kontinuumsmechanik	7
1.3	Teilgebiete der Kontinuumsmechanik	10
1.4	Grundlegende Begriffe in der Kontinuumsmechanik	11
1.4.1	Raum	11
1.4.2	Zeit	12
1.4.3	Körper	12
1.4.4	Masse	13
1.4.5	Homogenität und Isotropie	13
	Literaturverzeichnis	14
<b>2</b>	<b>Mathematische Grundlagen</b>	
	<b>der Tensoralgebra und Tensoranalysis</b>	17
2.1	Koordinatenfreie und Indexschreibweise	17
2.1.1	Darstellungsformen für Skalare, Vektoren und Tensoren	18
2.1.2	Vektoren und Tensoren	22
2.2	Tensoralgebra	25
2.2.1	Rechenregeln für Vektoren	26
2.2.2	Rechenregeln für Dyaden	29
2.2.3	Spezielle Tensoren zweiter Stufe	33
2.2.4	Rechenregeln für spezielle Tensoren	36
2.2.5	Eigenwertproblem für symmetrische Tensoren	37
2.2.6	Polare Zerlegung von nicht-singulären Tensoren 2. Stufe	41
2.3	Tensoranalysis	42
2.3.1	Tensorwertige Funktionen einer skalaren Variablen	42
2.3.2	Nabla-Operator	43
2.3.3	Integralsätze	45

<b>2.4</b>	<b>Tensorfunktionen . . . . .</b>	<b>46</b>
2.4.1	Lineare Funktionen tensorieller Argumente . . . . .	47
2.4.2	Skalarwertige Funktionen tensorieller Argumente . . . . .	48
2.4.3	Differentiation von speziellen skalarwertigen Funktionen . . . . .	48
2.4.4	Differentiation von tensorwertigen Funktionen . . . . .	50
2.4.5	Isotrope Funktionen tensorieller Argumente . . . . .	50
<b>2.5</b>	<b>Übungsbeispiele . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>2.6</b>	<b>Lösungen . . . . .</b>	<b>53</b>
	<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>68</b>

## Teil II Materialunabhängige Gleichungen

<b>3</b>	<b>Kinematik des Kontinuums . . . . .</b>	<b>71</b>
3.1	Materielle Körper und ihre Bewegungsmöglichkeiten . . . . .	71
3.2	Lagrange'sche und Euler'sche Betrachtungsweise, Zeitableitungen . . . . .	74
3.2.1	Zwei Betrachtungsweisen . . . . .	74
3.2.2	Ableitung skalarer, vektorieller und tensorieller Funktionen nach der Zeit . . . . .	76
3.3	Deformationen und Deformationsgradienten . . . . .	78
3.4	Geschwindigkeitsfelder, Geschwindigkeitsgradient . . . . .	83
3.5	Verzerrungen und Verzerrungsmaße . . . . .	90
3.6	Deformations-, Rotations- und Verzerrungsgeschwindigkeiten . . . . .	106
3.7	Verschiebungsvektor und Verschiebungsgradiententensor . . . . .	112
3.8	Geometrische Linearisierung der kinematischen Gleichungen . . . . .	115
3.9	Übungsbeispiele . . . . .	121
3.10	Lösungen . . . . .	124
	<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>4</b>	<b>Kinetische Größen und Gleichungen . . . . .</b>	<b>137</b>
4.1	Klassifikation der äußeren Belastungen . . . . .	137
4.2	Cauchy'scher Spannungsvektor und Spannungstensor . . . . .	140
4.3	Gleichgewichtsbedingungen und Bewegungsgleichungen . . . . .	146
4.4	Spannungsvektoren und Spannungstensoren nach Piola-Kirchhoff . . . . .	152
4.5	Übungsbeispiele . . . . .	158
4.6	Lösungen . . . . .	160
	<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>166</b>
<b>5</b>	<b>Bilanzgleichungen . . . . .</b>	<b>169</b>
5.1	Allgemeine Formulierung von Bilanzgleichungen . . . . .	169
5.1.1	Globale und lokale Gleichungen für stetige Felder . . . . .	170
5.1.2	Integration von Volumenintegralen mit zeitabhängigen Integrationsbereichen – Transporttheorem . . . . .	175
5.1.3	Einfluss von Sprungbedingungen . . . . .	179

5.2	Mechanische Bilanzgleichungen .....	180
5.2.1	Massenbilanz – Massenerhaltungssatz .....	181
5.2.2	Impulsbilanz .....	184
5.2.3	Drehimpulsbilanz .....	187
5.2.4	Mechanische Energiebilanz .....	190
5.3	Thermodynamische Erweiterungen der Bilanzgleichungen .....	196
5.3.1	Vorbemerkungen und Notationen .....	197
5.3.2	Bilanz der Energie: 1. Hauptsatz der Thermodynamik .....	199
5.3.3	Bilanz der Entropie: 2. Hauptsatz der Thermodynamik .....	203
	Literaturverzeichnis .....	208

## Teil III Materialabhängige Gleichungen

6	Materialverhalten und Konstitutivgleichungen .....	213
6.1	Grundlegende Begriffe, Modelle und Methoden .....	213
6.2	Einführung in die Materialtheorie .....	218
6.2.1	Grundlegende Prinzipien .....	218
6.2.2	Objektive Tensoren und objektive Zeitableitungen .....	222
	Literaturverzeichnis .....	234
7	Deduktiv abgeleitete Materialgleichungen .....	235
7.1	Allgemeine Konstitutivgleichungen thermomechanischer Materialien .....	235
7.2	Beispiele deduktiv abgeleiteter Konstitutivgleichungen .....	238
7.2.1	Thermoelastisches einfaches Material .....	238
7.2.2	Thermoviskoses Materialverhalten .....	242
7.2.3	Ideales Gas .....	245
7.2.4	Newton'sche Fluide .....	248
7.2.5	Einbeziehung von inneren Variablen .....	250
7.3	Übungsbeispiel .....	254
7.4	Lösung .....	254
	Literaturverzeichnis .....	255
8	Induktiv abgeleitete Materialgleichungen .....	257
8.1	Elastizität .....	257
8.2	Plastizität .....	269
8.3	Viskosität .....	277
8.4	Kriechen .....	280
8.5	Übungsbeispiele .....	284
8.6	Lösungen .....	284
	Literaturverzeichnis .....	286

<b>9 Methode der rheologischen Modelle . . . . .</b>	<b>287</b>
9.1 Grundlagen der Modellierung mit rheologischen Modellen . . . . .	287
9.2 Elementare rheologische Grundmodelle . . . . .	289
9.2.1 Hooke'sches (elastisches) Element . . . . .	289
9.2.2 Newton'sches (viskoses) Element . . . . .	289
9.2.3 Saint-Venant'sches (plastisches) Element . . . . .	290
9.2.4 Kopplung elementarer rheologischer Grundmodelle . . . . .	291
9.3 Allgemeine rheologische Grundmodelle . . . . .	292
9.3.1 Elastische Volumenänderungen . . . . .	293
9.3.2 Elastische Gestaltänderungen . . . . .	294
9.3.3 Viskose Gestaltänderungen . . . . .	295
9.3.4 Plastische Gestaltänderungen . . . . .	296
9.3.5 Kopplung allgemeiner rheologischer Grundmodelle . . . . .	297
9.4 Übungsbeispiele . . . . .	298
9.5 Lösungen . . . . .	299
Literaturverzeichnis . . . . .	303

#### Teil IV Anfangs-Randwertaufgaben der Kontinuumsmechanik

<b>10 Grundgleichungen der linearen Elastizitätstheorie . . . . .</b>	<b>307</b>
10.1 Feldgleichungen der Elastizitätstheorie . . . . .	307
10.1.1 Darstellung in den Verschiebungen . . . . .	308
10.1.2 Darstellung in den Spannungen . . . . .	310
10.2 Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	312
10.3 Lineare Thermoelastizität . . . . .	313
<b>11 Grundgleichungen linearer viskoser Fluide . . . . .</b>	<b>317</b>
11.1 Grundgleichungen . . . . .	317
11.2 Lösungsmöglichkeiten . . . . .	321
Literaturverzeichnis . . . . .	323

#### Teil V Anhang

<b>12 Elastizitäts- und Nachgiebigkeitsmatrizen . . . . .</b>	<b>327</b>
12.1 Elastizitätsgesetz in Vektor-Matrix-Darstellung . . . . .	327
12.2 Monoklines Materialverhalten . . . . .	329
12.3 Orthotropes Materialverhalten . . . . .	330
12.4 Transversal-isotropes Materialverhalten . . . . .	332
12.5 Isotropes Materialverhalten . . . . .	333
Literaturverzeichnis . . . . .	334
<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>335</b>