

Inhalt

<i>Vorwort</i>	V
Einleitung: Über das Verhältnis von Mathematik und Naturwissenschaften	1
1. Vom Meßwert zum funktionalen Zusammenhang	4
1.1 Einiges über Meßgrößen als Zahlen und als Skalare oder Vektoren	4
1.1.1 Zahlen	5
1.1.2 Skalare und Vektoren	16
1.2 Meßwerte und Meßfehler	26
1.2.1 Streuung von Meßwerten durch statistische Einflüsse: Theoretische Betrachtungen	28
1.2.2 Streuung von Meßwerten durch statistische Einflüsse: Praktische Handhabung	40
1.3 Statistische Fehler in Meßreihen geringen Umfangs	46
1.3.1 Einiges über Stichproben	46
1.3.2 Beurteilung von Mittelwert und Standardabweichung bei angenäherter Normalverteilung	48
1.3.3 Nicht-normale Verteilungen	52
1.4 Stochastische und funktionale Zusammenhänge zwischen zwei Variablen	57
1.4.1 Korrelation und Korrelationsanalyse	57
1.4.2 Lineare Regression und Allgemeines über Ausgleichsrechnung	60
1.4.3 Der funktionale Zusammenhang als Abstraktion	65
2. Funktionen	67
2.1 Über mathematische Funktionen und ihre Darstellung	67
2.1.1 Allgemeines und Terminologisches	67
2.1.2 Die graphische Darstellung von Funktionen	72
2.1.3 Transformation von Ortskoordinaten	78
2.2 Einige wichtige Funktionen einer Variablen	84
2.2.1 Algebraische Funktionen	85
2.2.2 Trigonometrische Funktionen	90
2.2.3 Exponentialfunktion und Logarithmusfunktion	95
2.2.4 Zwei spezielle, stückweise definierte Funktionen	104
2.2.5 Modifikation gegebener Funktionen durch multiplikative oder additive Zusätze	106
2.3 Die Stetigkeit von Funktionen	107
2.3.1 Grenzwerte und Stetigkeit	108
2.3.2 Einige Eigenschaften stetiger Funktionen	112
2.3.3 Stetige Funktionen in naturwissenschaftlichen Zusammenhängen	112
2.4 Vermischtes zu Funktionen mehrerer Variablen	113
2.4.1 Erweiterung einiger Begriffe	114
2.4.2 Kugelflächenfunktionen	115
2.4.3 Bemerkungen über vektorielle Ortsfunktionen (Vektorfelder)	119
3. Differentialrechnung von Funktionen einer Variablen	123
3.1 Der Differentialquotient einer Funktion	123
3.1.1 Der Differentialquotient als Lösung des Tangentenproblems	123

3.1.2	Der Differentialquotient als abgeleitete Funktion	126
3.1.3	Differentiale	127
3.1.4	Naturwissenschaftliche Anwendungen?	129
3.2	Das Differenzieren	131
3.2.1	Die Differentiation analytisch gegebener Funktionen; allgemeine Differentiationsregeln	131
3.2.2	Die Differentiation numerisch gegebener Funktionen	138
3.2.3	Die Differentiation graphisch gegebener Funktionen	139
3.3	Höhere Ableitungen	141
3.4	Einige praktische Anwendungen der Differentialrechnung	144
3.4.1	Lineare Approximation von Funktionen und Fehlerdiskussion	144
3.4.2	Ableitungen als Hilfsmittel der Kurvendiskussion	146
3.4.3	Variation von Parametern; Anpassung und Ausgleichsrechnung	149
3.4.4	Behebung von Unbestimmtheiten	150
3.5	Potenzreihenentwicklung einer Funktion	152
3.5.1	Beschreibung von Meßergebnissen durch ganze rationale Funktionen	152
3.5.2	Entwicklung einer analytisch gegebenen Funktion in eine Potenzreihe	153
3.5.3	Einiges über unendliche Reihen	155
3.5.4	Beispiele	159
4.	Differentialrechnung von Funktionen zweier (und mehrerer) Variablen	165
4.1	Neue Gesichtspunkte bei der Erweiterung der Differentialrechnung	165
4.1.1	Die verschiedenen Differentialquotienten und das Rechnen damit	165
4.1.2	Wechsel der Variablen	173
4.1.3	Funktionaldeterminanten als Rechenhilfsmittel	179
4.2	Einige Anwendungen	185
4.3	Differentialrechnung mit vektoriellen Größen	192
5.	Integralrechnung von Funktionen einer Variablen	200
5.1	Stammfunktion und Integral einer Funktion	200
5.1.1	Die Stammfunktion einer Funktion	200
5.1.2	Das Integral als Lösung des Flächenproblems	201
5.1.3	Der Zusammenhang zwischen Stammfunktion und Integral	205
5.2	Das Integrieren	211
5.2.1	Die Integration analytisch gegebener Funktionen; allgemeine Integrationsregeln	212
5.2.2	Die Integration numerisch gegebener Funktionen	223
5.2.3	Die Integration graphisch gegebener Funktionen	227
5.3	Definition von Funktionen durch Integrale	230
5.4	Die Integration einfacher Differentialgleichungen	233
5.4.1	Allgemeine Vorbemerkungen	233
5.4.2	Einige Lösungsschemata und Lösungsbeispiele	236
5.4.3	Differentialgleichungen spezieller Funktionen	243
6.	Integralrechnung von Funktionen zweier (und mehrerer) Variablen	246
6.1	Anschauliche Einführung	246
6.2	Linienintegrale	248
6.2.1	Das allgemeine Kurvenintegral und seine Berechnung	248
6.2.2	Wegunabhängige Kurvenintegrale	252
6.3	Flächenintegrale	255
6.4	Integralrechnung mit vektoriellen Größen	260

7. Ein Blick auf die Funktionentheorie	263
7.1 Funktionen einer komplexen Variablen und ihre Darstellung	263
7.2 Differential- und Integralrechnung im Falle einer komplexen Variablen	267
Zwischenbemerkung	272
8. Vektortransformationen im Dreidimensionalen	274
8.1 Koordinatentransformation bei Drehung der Basis	274
8.2 Vektortransformation in fester Basis	284
8.2.1 Transformation eines Vektors durch Drehung	284
8.2.2 Lineare Transformation eines Vektors	286
8.2.3 Einiges über Tensoren	290
9. Matrizen und Determinanten	297
9.1 Matrizen	297
9.1.1 Matrizenrechnung	297
9.1.2 Transformation von Matrizen	305
9.2 Determinanten und weitere Charakteristika von Matrizen	309
9.2.1 Die Determinante und ihre Berechnung	309
9.2.2 Der Rang einer Matrix	315
9.2.3 Zwei Exempel: Reziproke Matrizen, orthogonale Matrizen	316
9.3 Einiges über lineare Gleichungssysteme	319
9.4 Eigenwerte von Matrizen	327
9.4.1 Diagonalisierung einer symmetrischen Matrix	328
9.4.2 Eigenwerte und Eigenvektoren einer symmetrischen Matrix	331
9.4.3 Gleichzeitige Diagonalisierung und gemeinsame Eigenvektoren zweier Matrizen	338
9.4.4 Ergänzungen zum Thema Matrizentransformation	339
9.4.5 Physikalisch-chemische Fragen: Ausblick auf Anwendungen	344
10. Gruppen	346
10.1 Die Gruppe als algebraische Struktur	346
10.1.1 Erste Beispielgruppe	346
10.1.2 Gruppenaxiome und ergänzende Begriffe	351
10.2 Darstellungen von Gruppen	352
10.2.1 Die Darstellung durch Matrizensysteme	352
10.2.2 Irreduzible Darstellungen	356
10.2.3 Zweite Beispielgruppe	360
10.2.4 Charaktere	365
10.2.5 Zum Begriff „Produkt“ in der Gruppentheorie	369
10.3 Einige Bemerkungen über Symmetriegruppen	372
11. Vektorräume höherer Dimension	378
11.1 Die Verallgemeinerung des Vektorbegriffs	378
11.1.1 Der lineare Vektorraum	378
11.1.2 Vektorraum mit Skalarprodukt	380
11.1.3 Ergänzungen	382
11.2 Funktionen als Vektoren	385
11.2.1 Die Interpretation einer Funktion als Vektor	385
11.2.2 Transformation von Vektoren, die Funktionen sind	390
12. Orthogonale Funktionensysteme	393
12.1 Entwicklung nach orthogonalen Funktionen	393

12.2 Entwicklung von Funktionen einer Variablen nach trigonometrischen Funktionen (Fourierentwicklung) 396

12.2.1 Basisfunktionen und Entwicklungskoeffizienten der Fourierreihe 397

12.2.2 Fourierreihe als Spektrum 399

12.2.3 Das Spektrum nichtperiodischer Funktionen (Fourierintegral) 405

12.3 Entwicklung von Funktionen zweier Variablen nach Kugelflächenfunktionen . 412

13. Differentialgleichungen 414

13.1 Eigenwerte bei Differentialgleichungen 414

13.2 Lineare Differentialgleichungen 421

13.2.1 Einiges zur Integration einer gewöhnlichen linearen Differentialgleichung 421

13.2.2 Einiges über Systeme von linearen Differentialgleichungen 426

13.3 Partielle Differentialgleichungen 433

13.3.1 Die Wellengleichung 436

13.3.2 Die Schrödingergleichung 439

Sachverzeichnis 443