

Ray d'Inverno

Einführung in die Relativitätstheorie

Übersetzt von
Olaf Richter

Deutsche Ausgabe herausgegeben von
Gerhard Schäfer



Weinheim · New York
Basel · Cambridge · Tokyo



Inhaltsverzeichnis

Vorwort des Herausgebers	VII
Überblick	1
1 Der Aufbau des Buches	3
1.1 Hinweise für den studentischen Leser	3
1.2 Danksagungen	5
1.3 Ein kurzer Abriß der Relativitätstheorie	7
1.4 Hinweise für den Lehrenden	10
1.5 Ein letzter Hinweis für den weniger begabten studentischen Leser	12
Übungen	13
Teil A. Die Spezielle Relativitätstheorie	15
2 Der k -Kalkül	17
2.1 Modellbildung	17
2.2 Historischer Hintergrund	18
2.3 Das Newtonsche Begriffssystem	19
2.4 Galileitransformationen	20
2.5 Das spezielle Relativitätsprinzip	22
2.6 Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit	23
2.7 Der k -Faktor	24
2.8 Die Relativgeschwindigkeit zweier inertialer Beobachter	26
2.9 Das Additionstheorem für Geschwindigkeiten	27
2.10 Die Relativität der Gleichzeitigkeit	29
2.11 Das Uhrenparadoxon	31
2.12 Die Lorentztransformationen	33
2.13 Die vierdimensionale Welt	35
Übungen	37
3 Die Grundbegriffe der Speziellen Relativitätstheorie	39
3.1 Die Standardableitung der Lorentztransformationen	39
3.2 Mathematische Eigenschaften der Lorentztransformationen	42
3.3 Die Längenkontraktion	43
3.4 Die Zeitdilatation	44



3.5	Die Transformation der Geschwindigkeiten	46
3.6	Die Beziehung zwischen den Raumzeit-Diagrammen inertialer Beobachter	47
3.7	Die Beschleunigung in der Speziellen Relativitätstheorie . . .	49
3.8	Gleichförmige Beschleunigung	50
3.9	Das Zwillingsparadoxon	52
3.10	Der Dopplereffekt	53
	<i>Übungen</i>	56
4	Die Elemente der relativistischen Mechanik	59
4.1	Die Newtonsche Theorie	59
4.2	Isolierte Teilchensysteme in der Newtonschen Mechanik . . .	62
4.3	Die relativistische Masse	63
4.4	Die relativistische Energie	65
4.5	Photonen	68
	<i>Übungen</i>	70
Teil B. Der Tensorformalismus		73
5	Tensoralgebra	75
5.1	Einführung	75
5.2	Mannigfaltigkeiten und Koordinaten	75
5.3	Kurven und Flächen	77
5.4	Koordinatentransformationen	78
5.5	Kontravariante Tensoren	80
5.6	Kovariante und gemischte Tensoren	82
5.7	Tensorfelder	84
5.8	Elementare Operationen mit Tensoren	85
5.9	Die indexfreie Interpretation kontravarianter Vektorfelder . .	86
	<i>Übungen</i>	89
6	Der Tensorkalkül	91
6.1	Die partielle Ableitung eines Tensors	91
6.2	Die Lie-Ableitung	92
6.3	Der affine Zusammenhang und die kovariante Ableitung . . .	96
6.4	Affine Geodäten	99
6.5	Der Riemannsche Krümmungstensor	102
6.6	Geodätische Koordinaten	103
6.7	Affine Flachheit [*]	104
6.8	Die Metrik	109
6.9	Metrische Geodäten	110
6.10	Der metrische Zusammenhang	112
6.11	Metrische Flachheit	113
6.12	Der Krümmungstensor	114
6.13	Der Weyl-Tensor	116
	<i>Übungen</i>	118
7	Integration, Variation und Symmetrie	122
7.1	Tensordichten	122

7.2	Das alternierende Levi-Civita-Symbol [*]	123
7.3	Die Determinante der Metrik	124
7.4	Integrale und das Stokessche Theorem [*]	126
7.5	Die Euler-Lagrange-Gleichungen	128
7.6	Die Variationsmethode für Geodäten [*]	131
7.7	Isometrien	134
	<i>Übungen</i>	136

Teil C. Die Allgemeine Relativitätstheorie 139

8	Noch einmal Spezielle Relativitätstheorie	141
8.1	Die Minkowski-Raumzeit	141
8.2	Der Lichtkegel	143
8.3	Die Lorentzgruppe [*]	144
8.4	Die Eigenzeit	146
8.5	Eine axiomatische Formulierung der Speziellen Relativitätstheorie	148
8.6	Ein Zugang zur klassischen Mechanik über ein Variationsprinzip [*]	150
8.7	Ein Zugang zur relativistischen Mechanik über ein Variationsprinzip	152
8.8	Die kovariante Formulierung der relativistischen Mechanik [*]	154
	<i>Übungen</i>	156
9	Die Prinzipien der Allgemeinen Relativitätstheorie	158
9.1	Die Rolle physikalischer Prinzipien	158
9.2	Das Machsche Prinzip	159
9.3	Die Masse in der Newtonschen Theorie	165
9.4	Das Äquivalenzprinzip	169
9.5	Das Prinzip der allgemeinen Kovarianz	172
9.6	Das Prinzip der minimalen gravitativen Kopplung	174
9.7	Das Korrespondenzprinzip	174
	<i>Übungen</i>	175
10	Die Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie	178
10.1	Nichtlokale Fahrstuhlexperimente	178
10.2	Die Newtonsche Deviationsgleichung	180
10.3	Die Gleichung der geodätischen Abweichung	182
10.4	Die Newtonsche Korrespondenz	185
10.5	Die Vakuumfeldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie	187
10.6	Die Geschichte bis hierher	188
10.7	Die vollen Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie	189
	<i>Übungen</i>	191
11	Die Ableitung der Allgemeinen Relativitätstheorie aus einem Variationsprinzip	193
11.1	Die Palatini-Gleichung	193

11.2	Differentielle Bindungsgleichungen der Feldgleichungen	194
11.3	Ein einfaches Beispiel	196
11.4	Die Einstein-Lagrangedichte	196
11.5	Eine indirekte Ableitung der Feldgleichungen	198
11.6	Eine äquivalente Lagrangedichte [*]	199
11.7	Der Palatini-Zugang	201
11.8	Die vollen Feldgleichungen [*]	202
	<i>Übungen</i>	203
12	Der Energie-Impuls-Tensor	206
12.1	Ausblick	206
12.2	Inkohärente Materie	206
12.3	Die ideale Flüssigkeit	209
12.4	Die Maxwell'schen Gleichungen	210
12.5	Die Potentialformulierung der Maxwell'schen Gleichungen . .	212
12.6	Der Maxwell'sche Energie-Impuls-Tensor	214
12.7	Weitere Energie-Impuls-Tensoren [*]	216
12.8	Die Bedingung der Energiedominanz [*]	217
12.9	Der Newton'sche Grenzfall	218
12.10	Die Kopplungskonstante [*]	220
	<i>Übungen</i>	221
13	Die Struktur der Feldgleichungen	223
13.1	Interpretation der Feldgleichungen	223
13.2	Bestimmtheit, Nichtlinearität und Differenzierbarkeit	224
13.3	Der kosmologische Term	225
13.4	Die Erhaltungsgleichungen	227
13.5	Das Cauchy-Problem [*]	229
13.6	Das Lochproblem [*]	233
13.7	Das Äquivalenzproblem	234
	<i>Übungen</i>	235
14	Die Schwarzschild-Lösung	237
14.1	Stationäre Lösungen	237
14.2	Hyperflächenorthogonale Vektorfelder	238
14.3	Statische Lösungen	241
14.4	Kugelsymmetrische Lösungen	243
14.5	Die Schwarzschild-Lösung	246
14.6	Eigenschaften der Schwarzschild-Lösung	248
14.7	Isotrope Koordinaten	250
	<i>Übungen</i>	251
15	Experimentelle Tests der Allgemeinen Relativitätstheorie	253
15.1	Einführung	253
15.2	Die klassische Keplerbewegung	253
15.3	Die Periheldrehung des Merkur	257
15.4	Die Lichtablenkung	261
15.5	Die gravitative Rotverschiebung	265
15.6	Laufzeitverzögerung des Lichts [*]	269
15.7	Das Eötvös-Experiment [*]	271

15.8	Die Abplattung der Sonne [★]	272
15.9	Eine Chronologie experimenteller und beobachteter Ereignisse	273
15.10	Gummimattengeometrie	274
	<i>Übungen</i>	277

Teil D. Schwarze Löcher 279

16	Nichtrotierende Schwarze Löcher	281
16.1	Charakterisierung von Koordinaten	281
16.2	Singularitäten	282
16.3	Räumliche und Raumzeit-Diagramme	284
16.4	Das Raumzeit-Diagramm in Schwarzschild-Koordinaten	287
16.5	Ein radial einfallendes Teilchen	289
16.6	Eddington-Finkelstein-Koordinaten	290
16.7	Ereignishorizonte	292
16.8	Schwarze Löcher	294
16.9	Ein klassisches Argument	297
16.10	Gezeitenkräfte in einem Schwarzen Loch	298
16.11	Hinweise auf Schwarze Löcher aus Beobachtungsergebnissen	300
16.12	Der Stand der theoretischen Untersuchung Schwarzer Löcher	301
	<i>Übungen</i>	303
17	Maximale Erweiterung und konforme Kompaktifizierung	306
17.1	Maximale analytische Erweiterungen	306
17.2	Die Kruskal-Lösung	306
17.3	Die Einstein-Rosen-Brücke [★]	308
17.4	Das Penrose-Diagramm für die Minkowski-Raumzeit	311
17.5	Das Penrose-Diagramm für die Kruskal-Lösung [★]	315
	<i>Übungen</i>	317
18	Geladene Schwarze Löcher	319
18.1	Das Feld eines geladenen Massenpunktes	319
18.2	Intrinsische und Koordinatensingularitäten	321
18.3	Das Raumzeit-Diagramm der Reissner-Nordstrøm-Lösung	322
18.4	Neutrale Teilchen in der Reissner-Nordstrøm-Raumzeit [★]	324
18.5	Penrose-Diagramme der maximal analytischen Erweiterungen [★]	326
	<i>Übungen</i>	328
19	Rotierende Schwarze Löcher	331
19.1	Nulltetraden	331
19.2	Die Ableitung der Kerr-Lösung aus einer komplexen Transformation	333
19.3	Die drei wichtigsten Formen der Kerr-Lösung	334
19.4	Grundlegende Eigenschaften der Kerr-Lösung	336
19.5	Singularitäten und Horizonte	338
19.6	Die Hauptnullkongruenzen	341



19.7	Eddington-Finkelstein-Koordinaten	343
19.8	Der stationäre Grenzfall	345
19.9	Die maximale Erweiterung für den Fall $a^2 < m^2$ *	345
19.10	Die maximale Erweiterung für den Fall $a^2 > m^2$ *	346
19.11	Rotierende Schwarze Löcher	349
19.12	Die Singularitätentheoreme	352
19.13	Der Hawking-Effekt	353
	<i>Übungen</i>	356

Teil E. Gravitationswellen **359**

20	Ebene Gravitationswellen	361
20.1	Die linearisierten Feldgleichungen	361
20.2	Eichtransformationen	363
20.3	Linearisierte ebenfrontige Gravitationswellen	365
20.4	Polarisationszustände	369
20.5	Strenge ebenfrontige Gravitationswellen	372
20.6	Ebene Gravitationsstoßwellen *	373
20.7	Kollidierende ebenfrontige Gravitationsstoßwellen *	375
20.8	Kollidierende Gravitationswellen *	377
20.9	Der Nachweis von Gravitationswellen	379
	<i>Übungen</i>	382
21	Strahlung von einer isolierten Quelle	384
21.1	Strahlende isolierte Quellen	384
21.2	Charakteristische Hyperflächen der Einsteinschen Gleichungen	386
21.3	Strahlungskordinaten	387
21.4	Die Bondische Strahlungsmetrik	388
21.5	Das charakteristische Anfangswertproblem *	390
21.6	Newsfunction und Massenverlust *	392
21.7	Die Petrow-Klassifikation *	395
21.8	Das Aufspaltungstheorem *	397
21.9	Die optischen Skalare *	399
	<i>Übungen</i>	401

Teil F. Kosmologie **403**

22	Relativistische Kosmologie	405
22.1	Ausblick	405
22.2	Das Olberssche Paradoxon	406
22.3	Newtonsche Kosmologie	408
22.4	Das kosmologische Prinzip	411
22.5	Das Weylsche Postulat	414
22.6	Relativistische Kosmologie	415
22.7	Räume konstanter Krümmung	417

22.8	Die Geometrie dreidimensionaler Räume konstanter Krümmung	420
22.9	Die Friedmannsche Gleichung	424
22.10	Die Lichtausbreitung	426
22.11	Eine kosmologische Abstandsdefinition	429
22.12	Das Hubblesche Gesetz der relativistischen Kosmologie	430
	<i>Übungen</i>	434
23	Kosmologische Modelle	436
23.1	Die flachen Raummodelle	436
23.2	Modelle mit verschwindender kosmologischer Konstante	439
23.3	Die Klassifikation der Friedmannschen Modelle	440
23.4	Das de-Sitter-Modell	443
23.5	Die ersten Modelle	445
23.6	Das Zeitskalenproblem	445
23.7	Spätere Modelle	446
23.8	Das Problem der fehlenden Materie	448
23.9	Die Standardmodelle	450
23.10	Frühe Epochen des Universums [*]	451
23.11	Kosmische Koinzidenzen	451
23.12	Die Steady-State-Theorie	452
23.13	Der Ereignishorizont des de-Sitter-Universums	456
23.14	Teilchen- und Ereignishorizonte [*]	458
23.15	Die konforme Struktur von Robertson-Walker-Raumzeiten [*] .	460
23.16	Die konforme Struktur der de-Sitter-Raumzeit [*]	463
23.17	Inflation [*]	465
23.18	Das anthropische Prinzip [*]	468
23.19	Schluß	471
	<i>Übungen</i>	472
	Lösungen zu Übungsaufgaben	475
	Weiterführende Literatur	499
	Ausgewählte Literatur	502
	Index	507