

Peter Schmüser

# Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker

Zweite, neubearbeitete Auflage

Mit 82 Abbildungen



Springer

# Inhalt

1	Relativistische Wellengleichungen . . . . .	1
1.1	Vorbemerkungen . . . . .	1
1.2	Betrachtungen zur Schrödinger-Gleichung . . . . .	1
1.3	Die Klein-Gordon-Gleichung . . . . .	3
1.4	Die Dirac-Gleichung . . . . .	5
1.5	Nichtrelativistischer Grenzfall der Dirac-Gleichung . . . . .	7
1.6	Dirac-Gleichung für ein Elektron im elektromagnetischen Feld . . . . .	9
1.7	Übungsaufgaben . . . . .	10
2	Relativistische Kovarianz der Dirac-Gleichung . . . . .	11
2.1	Vierervektoren, Lorentz-Transformation . . . . .	11
2.1.1	Vierervektoren . . . . .	11
2.1.2	Lorentz-Transformation . . . . .	12
2.1.3	Drehung des Koordinatensystems . . . . .	13
2.2	Die $\gamma$ -Matrizen . . . . .	13
2.3	Ebene Wellen, Dirac-Spinoren . . . . .	15
2.4	Kovarianz der Dirac-Gleichung . . . . .	17
2.4.1	Problemstellung . . . . .	17
2.4.2	Transformation der Lösungen relativistischer Wellengleichungen . . . . .	19
2.4.3	Rotation um die $z$ -Achse . . . . .	21
2.4.4	Lorentz-Transformation längs der $z$ -Achse . . . . .	22
2.4.5	Eigenschaften der Transformations-Matrizen . . . . .	22
2.4.6	Raumspiegelung und Zeitumkehr . . . . .	23
2.5	Spin des Elektrons . . . . .	23
2.6	Skalare und vektorielle Bilinearformen . . . . .	24
2.6.1	Skalar . . . . .	25
2.6.2	Viererstromdichte . . . . .	25
2.6.3	Pseudoskalar und Axialvektor . . . . .	26
2.7	Übungsaufgaben . . . . .	26
3	Interpretation der Lösungen negativer Energie . . . . .	29
3.1	Stückelberg-Feynman-Bild der Antiteilchen . . . . .	29
3.2	Die Wellenfunktionen des Positrons . . . . .	32
3.3	Übungsaufgaben . . . . .	33

## X Inhalt

4 Feynman-Graphen . . . . .	35
4.1 Greensche Funktion . . . . .	35
4.2 Elektron-Propagator . . . . .	36
4.2.1 Berechnung der Greenschen Funktion . . . . .	37
4.2.2 Propagator und zeitliche Entwicklung . . . . .	39
4.3 Matrixelement für Elektronenstreuung . . . . .	40
4.3.1 Matrixelement 1. Ordnung . . . . .	41
4.3.2 Matrixelement 2. Ordnung . . . . .	42
4.3.3 Anwendungsbeispiel: Streuung an einem Atomkern . . . . .	43
4.4 Photon-Propagator . . . . .	44
4.5 Feynman-Regeln . . . . .	45
4.5.1 Konventionen zu Feynman-Diagrammen . . . . .	46
4.5.2 Strom-Strom-Kopplung . . . . .	47
4.5.3 Elementarprozesse . . . . .	48
4.6 Übungsaufgaben . . . . .	50
5 Anwendung der Feynman-Graphen . . . . .	51
5.1 Streuung nichtrelativistischer Elektronen an Kernen . . . . .	51
5.2 Streuung relativistischer Elektronen an Kernen . . . . .	54
5.2.1 Spin-Summationen . . . . .	54
5.2.2 Sätze über Spuren . . . . .	56
5.2.3 Wirkungsquerschnitt für Elektron-Kern-Streuung . . . . .	56
5.3 Elektron-Fermion-Streuung . . . . .	57
5.3.1 Differentieller Wirkungsquerschnitt für Zweikörperreaktionen . . . . .	58
5.3.2 Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Teilchen . . . . .	60
5.4 Myon-Paarerzeugung . . . . .	62
5.5 Elektron-Elektron- und Elektron-Positron-Streuung . . . . .	64
5.5.1 Elektron-Elektron-Streuung . . . . .	64
5.5.2 Elektron-Positron-Streuung . . . . .	65
5.6 Teilchen-Antiteilchen-Symmetrie . . . . .	66
5.7 Compton-Streuung und Elektron-Positron-Vernichtung in $\gamma$ -Quanten . . . . .	68
5.7.1 Compton-Streuung . . . . .	68
5.7.2 Annihilation in zwei $\gamma$ -Quanten . . . . .	71
5.8 Übungsaufgaben . . . . .	74
6 Schwache Wechselwirkungen . . . . .	77
6.1 Fermi-Theorie, intermediäre Bosonen . . . . .	77
6.2 Paritätsverletzung, (V-A)-Theorie . . . . .	79
6.2.1 Eigenparitäten der Leptonen und Quarks . . . . .	80
6.2.2 Helizität und Chiralität . . . . .	80
6.3 Pion-Zerfall . . . . .	84
6.4 Neutrino-Lepton-Reaktionen . . . . .	88
6.5 Schwache Wechselwirkungen von Hadronen, Cabibbo-Winkel . . . . .	93
6.6 Schwache neutrale Ströme . . . . .	94
6.7 Schwacher Isospin, Charm-Quark . . . . .	97
6.8 Übungsaufgaben . . . . .	101

7	Lepton-Quark-Wechselwirkungen, Parton-Modell . . . . .	105
7.1	Einführung . . . . .	105
7.2	Elektron-Kern-Streuung, Formfaktor . . . . .	105
7.3	Nukleon-Formfaktoren . . . . .	107
7.4	Inelastische Elektron-Nukleon-Streuung . . . . .	110
7.4.1	Inelastische Streuung als Mittel der Struktur-Analyse . . . . .	110
7.4.2	Kinematik und Wirkungsquerschnitt für inelastische Elektron-Nukleon-Streuung . . . . .	111
7.5	Skaleninvarianz und Parton-Modell . . . . .	112
7.6	Quark-Parton-Modell . . . . .	117
7.7	Tief inelastische Neutrino-Nukleon-Streuung . . . . .	119
7.7.1	Strukturfunktionen der Neutrino-Streuung . . . . .	120
7.7.2	Antiquark-Inhalt der Nukleonen . . . . .	121
7.8	Elektron-Positron-Vernichtung in Hadronen . . . . .	123
7.9	Lepton-Paarerzeugung in Hadron-Stößen . . . . .	124
7.10	Übungsaufgaben . . . . .	125
8	Divergenz-Probleme in der schwachen Wechselwirkung . . . . .	127
8.1	Überschreiten der Unitaritätsgrenze bei der Punkt- Wechselwirkung . . . . .	127
8.2	Divergenzen im $W$ -Boson-Modell . . . . .	128
8.3	Kompensation der Divergenz durch ein neutrales Feldquant . . . . .	131
9	Eichinvarianz als dynamisches Prinzip . . . . .	133
9.1	Eichinvarianz und Maxwellsche Gleichungen . . . . .	133
9.2	Eichinvarianz in der Quantenmechanik . . . . .	135
9.3	Globale und lokale Phasentransformationen . . . . .	136
9.4	Das Eichprinzip . . . . .	139
9.5	Eichinvarianz und Masse der Feldquanten . . . . .	140
9.6	Polarisationsvektoren für Photonen . . . . .	142
9.7	Bedeutung der Potentiale in der Quantentheorie . . . . .	143
9.8	Übungsaufgaben . . . . .	144
10	Eichinvarianz bei massiven Vektor-Feldern . . . . .	145
10.1	Die Erzeugung einer Photon-Masse im Supraleiter . . . . .	145
10.2	Die Higgs-Teilchen als Verallgemeinerung der Cooper-Paare . . . . .	149
10.2.1	Das Higgs-Potential . . . . .	151
10.3	Der Higgs-Mechanismus im Lagrange-Formalismus . . . . .	153
10.3.1	Wechselwirkung zwischen Higgs-Feld und elektromagnetischem Feld . . . . .	154
10.4	Übungsaufgaben . . . . .	157
11	Das Standard-Modell der elektroschwachen Wechselwirkung . . . . .	159
11.1	Phaseninvarianz in der $SU(2)$ -Symmetrie . . . . .	159
11.2	Schwacher Isospin, schwache Hyperladung . . . . .	161
11.3	Lokale $SU(2)_L \times U(1)$ -Transformationen, Kopplungen der Fermionen . . . . .	163
11.4	Feynman-Regeln der elektroschwachen Wechselwirkung . . . . .	167
11.5	Die Massen der $W$ - und $Z$ -Bosonen . . . . .	169
11.6	Die Massen der geladenen Fermionen . . . . .	172

11.7	Selbstwechselwirkung der Eichbosonen . . . . .	174
11.8	Eigenschaften der $W$ - und $Z$ -Bosonen . . . . .	176
11.8.1	Berechnung der Zerfallsraten . . . . .	176
11.8.2	Erzeugung der $Z^0$ -Bosonen in der $e^-e^+$ -Annihilation . . . . .	180
11.9	Experimentelle Verifikation des Standard-Modells . . . . .	182
11.9.1	Zahl der Neutrino-Familien . . . . .	182
11.9.2	Lepton-Universalität, Mischungswinkel . . . . .	185
11.9.3	Eingrenzung der Top-Quark-Masse . . . . .	186
11.10	Übungsaufgaben . . . . .	187
12	Quanten-Chromodynamik . . . . .	189
12.1	Historische Entwicklung der QCD . . . . .	189
12.2	$SU(3)$ -Symmetrie und Quarkmodell . . . . .	190
12.2.1	Antiquarks . . . . .	192
12.2.2	Quark-Antiquark-Zustände: Mesonen . . . . .	193
12.2.3	Drei-Quark-Zustände: Baryonen . . . . .	195
12.3	Farbladungen . . . . .	195
12.3.1	Die Farbe als innere Quantenzahl der Quarks . . . . .	195
12.3.2	Experimentelle Evidenz für die drei Farben . . . . .	197
12.3.3	Farbladungen der Gluonen . . . . .	198
12.4	Lokale $SU(3)_C$ -Invarianz, Gluon-Felder . . . . .	199
12.4.1	Lokale $SU(3)_C$ -Transformationen . . . . .	199
12.4.2	Kopplungen zwischen Quarks und Gluonen . . . . .	202
12.4.3	Singulett-Gluon und Reichweite der starken Kräfte . . . . .	204
12.5	Stabilität der $q\bar{q}$ - und $qqq$ -Systeme . . . . .	205
12.6	Asymptotische Freiheit und Confinement . . . . .	209
12.6.1	Einführung effektiver Ladungen . . . . .	209
12.6.2	Renormierung und $Q^2$ -Abhängigkeit der Kopplung . . . . .	211
12.6.3	Confinement . . . . .	213
12.7	Experimentelle Ergebnisse zur QCD . . . . .	214
12.7.1	Entdeckung und Eigenschaften der Gluonen . . . . .	214
12.7.2	Verletzung der Skaleninvarianz . . . . .	216
12.7.3	Bestimmung von $\alpha_s$ . . . . .	217
12.8	Ausblick . . . . .	220
12.9	Übungsaufgaben . . . . .	222
A	Lagrange-Funktion für ein Teilchen im elektromagnetischen Feld . . . . .	223
B	Lagrange-Formalismus in der Quantenfeldtheorie . . . . .	227
C	Polarisationsvektoren für Spin-1-Teilchen . . . . .	231
D	Propagatoren der $W$ - und $Z$ -Bosonen . . . . .	233
Literatur	. . . . .	235
Index	. . . . .	237