

Inhaltsverzeichnis

Einleitende Anmerkungen	1
1 Die reellen Zahlen	5
1.1 Archimedisch angeordnete Körper	5
1.2 Intervallschachtelung und Vollständigkeit	9
1.3 Supremumseigenschaft	12
1.4 Aufgaben	15
2 Die komplexen Zahlen	17
2.1 Konstruktion der komplexen Zahlen	17
2.2 Aufgaben	20
3 Folgen reeller und komplexer Zahlen	23
3.1 Folgen und Grenzwerte	23
3.2 Rechnen mit Grenzwerten	26
3.3 Asymptotische Gleichheit und rekursiv definierte Folgen	30
3.4 Eine Intervallschachtelung für den Logarithmus	32
3.5 Aufgaben	35
4 Metrische Räume und Cauchyfolgen	37
4.1 Metrische und normierte Räume	37
4.2 Cauchyfolgen und Vollständigkeit	42
4.3 Skalarprodukt und Orthogonalität	45
4.4 Teilfolgen und Häufungswerte	48
4.5 Aufgaben	53
5 Reihen	55
5.1 Konvergenz und absolute Konvergenz	55
5.2 Konvergenzkriterien	59
5.3 Umordnungssatz und Cauchy-Produkt	65
5.4 Potenzreihen	68
5.5 Exponentialreihe und Eulersche Formel	71

5.6	Die Räume ℓ^1 , ℓ^2 und ℓ^∞	73
5.7	Aufgaben	75
6	Stetigkeit	79
6.1	Stetige Abbildungen	79
6.2	Eigenschaften stetiger reellwertiger Funktionen	84
6.3	Exponentialfunktion und Logarithmus	89
6.4	Stetige Funktionen auf $[a, b]$	92
6.5	Aufgaben	93
7	Differentiation	97
7.1	Differenzierbarkeit	97
7.2	Mittelwertsatz und lokale Extrema	102
7.3	Ableitung der Umkehrfunktion	108
7.4	Aufgaben	110
8	Integration	113
8.1	Regelfunktionen	113
8.2	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	119
8.3	Methoden zur Berechnung von Integralen	121
8.4	Uneigentliche Integrale	124
8.5	Aufgaben	125
9	Funktionenfolgen und gleichmäßige Konvergenz	129
9.1	Gleichmäßige Konvergenz	130
9.2	Differentiation und Integration von Potenzreihen	133
9.3	Der Approximationssatz von Weierstraß	136
9.4	Aufgaben	138
10	Taylorreihen	141
10.1	Der Satz von Taylor	141
10.2	Potenzreihen mit allgemeinem Entwicklungspunkt	145
10.3	Der Abelsche Grenzwertsatz	148
10.4	Aufgaben	149
11	Fourierreihen	151
11.1	Trigonometrische Polynome und Fourierkoeffizienten	151
11.2	Konvergenz nach Dirichlet und Fejér	154
11.3	Konvergenz im quadratischen Mittel	160
11.4	Aufgaben	162
12	Kompaktheit	165
12.1	Kompakte metrische Räume	165
12.2	Charakterisierung kompakter Mengen	171
12.3	Aufgaben	175

13	Normierte Vektorräume	177
13.1	Stetige lineare Abbildungen	177
13.2	Kurven in Vektorräumen	182
13.3	Aufgaben	188
14	Totale Differenzierbarkeit	191
14.1	Totale und partielle Ableitungen	191
14.2	Richtungsableitungen und Niveaumengen	196
14.3	Mittelwertsatz und stetig differenzierbare Abbildungen	199
14.4	Ableitungen höherer Ordnung	203
14.5	Aufgaben	209
15	Umkehrsatz und implizite Funktionen	213
15.1	Invertierbare lineare Abbildungen und Diffeomorphismen	213
15.2	Lokale Invertierbarkeit	218
15.3	Implizit definierte Funktionen	222
15.4	Extrema unter Nebenbedingungen	226
15.5	Aufgaben	228
16	Elementar lösbare Differentialgleichungen	231
16.1	Der Satz von Picard-Lindelöf	233
16.2	Differentialgleichungen mit getrennten Variablen	239
16.3	Lineare Systeme von Differentialgleichungen	241
16.4	Aufgaben	245
	Literaturverzeichnis	249
	Sachverzeichnis	251
	Bezeichnungen und Symbole	255