

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitende Anmerkungen .....</b>	1
<b>1 Die reellen Zahlen .....</b>	5
1.1 Archimedisch angeordnete Körper .....	5
1.2 Intervallschachtelung und Vollständigkeit .....	9
1.3 Supremumseigenschaft .....	12
1.4 Aufgaben .....	15
<b>2 Die komplexen Zahlen .....</b>	17
2.1 Konstruktion der komplexen Zahlen .....	17
2.2 Aufgaben .....	20
<b>3 Folgen reeller und komplexer Zahlen .....</b>	23
3.1 Folgen und Grenzwerte .....	23
3.2 Rechnen mit Grenzwerten .....	26
3.3 Asymptotische Gleichheit und rekursiv definierte Folgen .....	30
3.4 Eine Intervallschachtelung für den Logarithmus .....	32
3.5 Aufgaben .....	35
<b>4 Metrische Räume und Cauchyfolgen .....</b>	37
4.1 Metrische und normierte Räume .....	37
4.2 Cauchyfolgen und Vollständigkeit .....	42
4.3 Skalarprodukt und Orthogonalität .....	45
4.4 Teilfolgen und Häufungswerte .....	48
4.5 Aufgaben .....	53
<b>5 Reihen .....</b>	55
5.1 Konvergenz und absolute Konvergenz .....	55
5.2 Konvergenzkriterien .....	59
5.3 Umordnungssatz und Cauchy-Produkt .....	65
5.4 Potenzreihen .....	68
5.5 Exponentialreihe und Eulersche Formel .....	71

5.6	Die Räume $\ell^1$ , $\ell^2$ und $\ell^\infty$ .....	73
5.7	Aufgaben .....	75
<b>6</b>	<b>Stetigkeit</b> .....	<b>79</b>
6.1	Stetige Abbildungen .....	79
6.2	Eigenschaften stetiger reellwertiger Funktionen .....	84
6.3	Exponentialfunktion und Logarithmus .....	89
6.4	Stetige Funktionen auf $[a, b]$ .....	92
6.5	Aufgaben .....	93
<b>7</b>	<b>Differentiation</b> .....	<b>97</b>
7.1	Differenzierbarkeit .....	97
7.2	Mittelwertsatz und lokale Extrema .....	102
7.3	Ableitung der Umkehrfunktion .....	108
7.4	Aufgaben .....	110
<b>8</b>	<b>Integration</b> .....	<b>113</b>
8.1	Regelfunktionen .....	113
8.2	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung .....	119
8.3	Methoden zur Berechnung von Integralen .....	121
8.4	Uneigentliche Integrale .....	124
8.5	Aufgaben .....	125
<b>9</b>	<b>Funktionenfolgen und gleichmäßige Konvergenz</b> .....	<b>129</b>
9.1	Gleichmäßige Konvergenz .....	130
9.2	Differentiation und Integration von Potenzreihen .....	133
9.3	Der Approximationssatz von Weierstraß .....	136
9.4	Aufgaben .....	138
<b>10</b>	<b>Taylorreihen</b> .....	<b>141</b>
10.1	Der Satz von Taylor .....	141
10.2	Potenzreihen mit allgemeinem Entwicklungspunkt .....	145
10.3	Der Abelsche Grenzwertsatz .....	148
10.4	Aufgaben .....	149
<b>11</b>	<b>Fourierreihen</b> .....	<b>151</b>
11.1	Trigonometrische Polynome und Fourierkoeffizienten .....	151
11.2	Konvergenz nach Dirichlet und Fejér .....	154
11.3	Konvergenz im quadratischen Mittel .....	160
11.4	Aufgaben .....	162
<b>12</b>	<b>Kompaktheit</b> .....	<b>165</b>
12.1	Kompakte metrische Räume .....	165
12.2	Charakterisierung kompakter Mengen .....	171
12.3	Aufgaben .....	175

<b>13 Normierte Vektorräume</b> . . . . .	177
13.1 Stetige lineare Abbildungen . . . . .	177
13.2 Kurven in Vektorräumen . . . . .	182
13.3 Aufgaben . . . . .	188
<b>14 Totale Differenzierbarkeit</b> . . . . .	191
14.1 Totale und partielle Ableitungen . . . . .	191
14.2 Richtungsableitungen und Niveaumengen . . . . .	196
14.3 Mittelwertsatz und stetig differenzierbare Abbildungen . . . . .	199
14.4 Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	203
14.5 Aufgaben . . . . .	209
<b>15 Umkehrsatz und implizite Funktionen</b> . . . . .	213
15.1 Invertierbare lineare Abbildungen und Diffeomorphismen . . . . .	213
15.2 Lokale Invertierbarkeit . . . . .	218
15.3 Implizit definierte Funktionen . . . . .	222
15.4 Extrema unter Nebenbedingungen . . . . .	226
15.5 Aufgaben . . . . .	228
<b>16 Elementar lösbar Differentialgleichungen</b> . . . . .	231
16.1 Der Satz von Picard-Lindelöf . . . . .	233
16.2 Differentialgleichungen mit getrennten Variablen . . . . .	239
16.3 Lineare Systeme von Differentialgleichungen . . . . .	241
16.4 Aufgaben . . . . .	245
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	249
<b>Sachverzeichnis</b> . . . . .	251
<b>Bezeichnungen und Symbole</b> . . . . .	255