

Inhaltsverzeichnis

0	Warum Mathematik?	1
0.1	Modelle	1
0.2	Verfahren und Algorithmen	1
0.3	Mathematik als Sprache	2
0.4	Beweise	2
0.5	Ziele der Mathematikausbildung	2
0.6	Warum Mathematik?	2
1	Zahlen, Mengen, Ungleichungen	3
1.1	Die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen	3
1.2	Aussagen, vollständige Induktion	5
1.3	Fakultät, Binomialkoeffizienten	7
1.4	Die Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen, die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen	10
1.5	Die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen: Anordnung und Abstände .	12
1.6	Mengen und Abbildungen	17
1.7	Der Körper $\mathbb{C}$ der komplexen Zahlen	20
1.8	Polarkoordinaten komplexer Zahlen	25
2	Folgen und Reihen	29
2.1	Folgen	29
2.2	Beschränktheit und Monotonie	31
2.3	Teilfolgen und Häufungspunkte	35
2.4	Konvergente und divergente Folgen	36
2.5	Sätze über Konvergenz	40
2.6	Vollständigkeit, der Satz von Bolzano–Weierstraß	44
2.7	Das Konvergenzkriterium von Cauchy	46
2.8	Reihen	48
3	Der Vektorraum $\mathbb{K}^n$	53
3.1	Kartesische Koordinatensysteme	54
3.2	Vektoren und Kräfte	55
3.3	Vektorräume	56
3.4	Skalarprodukt	58

3.5	Eigenschaften des Skalarprodukts	59
3.6	Beschreibung von Geraden und Ebenen	61
3.7	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Basen	63
3.8	Orthogonalität, Winkel, Hesse-Normalform	70
3.9	Vektorprodukt	73
4	Lineare Gleichungssysteme	75
4.1	Homogene und inhomogene Systeme	75
4.2	Matrizen	76
4.3	Rechnen mit Matrizen	78
4.4	Rechenregeln für Matrizen	79
4.5	Anwendung auf lineare Gleichungssysteme	80
4.6	Geometrische Interpretation	81
4.7	Gauß-Algorithmus	82
4.8	Lineare Abbildungen	91
4.9	Rang einer Matrix	98
4.10	Reguläre Matrizen	101
4.11	Volumen und Determinanten	108
4.12	Rechenregeln für Determinanten	112
4.13	Cofaktoren, Adjunkte und Entwicklungssatz	117
4.14	Lösungsverhalten linearer Gleichungssysteme	121
5	Transformationen und Transformationsgruppen	123
5.1	Gruppen	123
5.2	Untergruppen	124
5.3	Symmetrische Gruppen	126
5.4	Signum und Determinanten	130
5.5	Orthonormalbasen und orthogonale Abbildungen	133
5.6	Affine Abbildungen und Isometrien (euklidische Bewegungen)	138
5.7	Koordinatentransformationen	146
5.8	Das Normalformenproblem	151
6	Eigenwerttheorie	153
6.1	Eigenwerte und Eigenvektoren	153
6.2	Konjugierte Matrizen	158
6.3	Diagonalisierbarkeit	160
6.4	Symmetrische Matrizen	163

7	Hauptachsentransformation und Normalformen für Quadriken	169
7.1	Quadratische Formen	169
7.2	Quadriken	171
7.3	Hauptachsentransformation	178
8	Querverbindungen	197
8.1	Anwendung der Eigenwerttheorie: rekursiv definierte Folgen	197
8.2	Näherungsweise Bestimmung von Inversen	200
Z	Zusätze	207
Z.1	Basisergänzungssatz und Dimensionsformel	207
Z.2	Skalarprodukte auf Funktionenräumen	209
Z.3	Normale Matrizen	216
Z.4	Die Jordan-Normalform	219
Z.5	Griechische Buchstaben	241
Z.6	Fraktur- und Sütterlinschriften	242
	Verzeichnisse	243
	Stichworte	243
	Symbole	254
	Literatur	255