

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	XXIII
------------------------------	--------------

1 Mathematische Zeichen und Symbole	1
1.1 Pragmatische Zeichen	1
1.2 Allgemeine arithmetische Relationen und Verknüpfungen	1
1.3 Zahlenmengen	2
1.4 Besondere Zahlen und Verknüpfungen	3
1.5 Grenzwert (Limes)	4
1.6 Exponentialfunktionen, Logarithmus	4
1.7 Trigonometrische Funktionen, Hyperbelfunktionen ..	4
1.8 Vektoren, Matrizen	5
1.9 Mengen	6
1.10 Relationen	7
1.11 Funktionen	7
1.12 Ordnungsstrukturen	7
1.13 SI -Vergößerungs- und Verkleinerungssätze	8
1.14 Griechisches Alphabet	9

2	Logik	11
2.1	Mathematische Logik (Auszug aus DIN 5473)	11
2.2	Aussagenlogik	11
2.2.1	Aussagenvariable	11
2.2.2	Wahrheitstabellen (Wahrheitstafeln)	12
3	Arithmetik	15
3.1	Mengen	15
3.1.1	Allgemeines	15
3.1.2	Mengenrelationen	16
3.1.3	Mengenoperationen	17
3.1.4	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln bei Mengen	19
3.1.5	Intervalle	21
3.1.6	Zahlensysteme	22
3.1.6.1	Dezimalsystem, dekadisches Sys- tem	23
3.1.6.2	Dualsystem (Binärsystem)	23
3.1.6.3	Römisches Zahlensystem	24
3.2	Elementare Rechenarten	24
3.2.1	Elementare Grundlagen	24
3.2.1.1	Axiome	25
3.2.1.2	Ausklammern	25
3.2.1.3	Relationen	26
3.2.1.4	Absoluter Betrag, Signum	26
3.2.1.5	Brüche (für $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, Nenner ist stets ungleich Null)	27
3.2.1.6	Polynomdivison	27
3.2.1.7	Horner-Schema	29
3.2.2	Termumformungen	30
3.2.2.1	Binomische Formeln	30
3.2.2.2	Binomischer Lehrsatz	31
3.2.2.3	Allgemeiner Binomischer Lehrsatz für natürliche Exponenten	31
3.2.2.4	Allgemeiner Binomischer Lehrsatz für reelle Exponenten	31

	3.2.2.5	Mehrgliedrige Terme	32
	3.2.3	Summen- und Produktzeichen	32
		3.2.3.1 Summenzeichen	32
		3.2.3.2 Produktzeichen	33
	3.2.4	Potenzen, Wurzeln	34
	3.2.5	Logarithmen	37
	3.2.6	Fakultät	40
	3.2.7	Binomialkoeffizient	40
	3.3	Folgen	42
	3.3.1	Definition	42
	3.3.2	Grenzwert einer Folge	45
	3.3.3	Arithmetische und geometrische Folgen ...	47
	3.4	Reihen	47
	3.4.1	Definition	47
	3.4.2	Arithmetische und geometrische Reihen ...	48
4		Algebra	51
	4.1	Grundbegriffe	51
	4.2	Lineare Gleichungen	53
	4.2.1	Lineare Gleichungen mit einer Variablen ...	53
	4.2.2	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	56
	4.2.3	Lineare Gleichungen mit mehreren Varia- blen	56
	4.2.4	Lineare Gleichungssysteme	57
	4.2.5	Lineare Ungleichungen mit mehreren Va- riablen	61
	4.3	Nicht lineare Gleichungen	62
	4.3.1	Quadratische Gleichungen mit einer Varia- blen	62
	4.3.2	Kubische Gleichungen mit einer Variablen .	65
	4.3.3	Biquadratische Gleichungen	67
	4.3.4	Gleichungen n -ten Grades	68
	4.3.5	Wurzelgleichungen	69

4.4	Transzendente Gleichungen	71
4.4.1	Exponentialgleichungen	71
4.4.2	Logarithmische Gleichungen	73
4.5	Näherungsverfahren	75
4.5.1	Regula falsi (Sekantenverfahren)	75
4.5.2	Newtonsches Verfahren (Tangentenverfahren)	77
4.5.3	Allgemeines Näherungsverfahren (Fixpunktiteration)	80
5	Lineare Algebra	87
5.1	Grundbegriffe	87
5.1.1	Matrix	87
5.1.2	Gleichheit/Ungleichheit von Matrizen	88
5.1.3	Transponierte Matrix	89
5.1.4	Vektor	89
5.1.5	Spezielle Matrizen und Vektoren	92
5.2	Operationen mit Matrizen	94
5.2.1	Addition von Matrizen	94
5.2.2	Multiplikation von Matrizen	96
5.2.2.1	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	96
5.2.2.2	Das Skalarprodukt zweier Vektoren	98
5.2.2.3	Multiplikation einer Matrix mit einem Spaltenvektor	100
5.2.2.4	Multiplikation eines Zeilenvektors mit einer Matrix	102
5.2.2.5	Multiplikation von zwei Matrizen ..	103
5.3	Die Inverse einer Matrix	107
5.3.1	Einführung	107
5.3.2	Bestimmung der Inversen unter Verwendung des Gauß'schen Eliminationsverfahrens	109

5.4	Der Rang einer Matrix	113
5.4.1	Begriffsbestimmung	113
5.4.2	Bestimmung des Ranges einer Matrix	113
5.5	Die Determinante einer Matrix	117
5.5.1	Begriffsbestimmung	117
5.5.2	Berechnung von Determinanten	118
5.5.3	Eigenschaften von Determinanten	125
5.6	Die Adjunkte einer Matrix	126
5.6.1	Begriffsbestimmung	126
5.6.2	Bestimmung der Inverse mit Hilfe der Adjunkten	127
6	Kombinatorik	131
6.1	Einführung	131
6.2	Permutationen	135
6.3	Variationen	137
6.4	Kombinationen	139
7	Finanzmathematik	145
7.1	Zinsrechnung	145
7.1.1	Grundbegriffe	145
7.1.2	Jährliche Verzinsung	146
7.1.2.1	Einfache Zinsrechnung	146
7.1.2.2	Zinseszinsrechnung	149
7.1.2.3	Gemischte Verzinsung	151
7.1.3	Unterjährige Verzinsung	162
7.1.3.1	Einfache Zinsrechnung (linear) ...	163
7.1.3.2	Einfache Verzinsung unter Verwendung des nominellen Jahreszinssatzes	164
7.1.3.3	Verzinsung mit Zinseszinsen (exponentiell)	165

	7.1.3.4	Verzinsung mit Zinseszinsen unter Verwendung eines konformen Jahreszinssatzes	165
	7.1.3.5	Gemischte Verzinsung	167
	7.1.3.6	Stetige Verzinsung	168
7.2		Effektivzinsrechnung mittels ICMA-Methode	172
7.3		Abschreibungen	179
	7.3.1	Zeitabschreibung	179
	7.3.1.1	Lineare Abschreibung	179
	7.3.1.2	Arithmetisch-degressive Abschreibung	180
	7.3.1.3	Geometrisch-degressive Abschreibung	182
	7.3.2	Leistungsabschreibung	184
	7.3.3	Außerplanmäßige Abschreibung	185
7.4		Rentenrechnung	186
	7.4.1	Grundbegriffe	186
	7.4.2	Endliche, gleichbleibende Rente	189
	7.4.2.1	Jährliche Rente mit jährlichen Zinsen	189
	7.4.2.2	Jährliche Rente mit unterjährigen Zinsen	193
	7.4.2.3	Unterjährige Rente mit jährlichen Zinsen	196
	7.4.2.4	Unterjährige Rente mit unterjähriger Verzinsung	200
	7.4.3	Endliche, veränderliche Renten	218
	7.4.3.1	Regellose Rente	219
	7.4.3.2	Arithmetisch-fortschreitende Rente	224
	7.4.3.3	Geometrisch-fortschreitende Rente	235
	7.4.4	Ewige Rente	237
7.5		Tilgungsrechnung	239
	7.5.1	Grundbegriffe	240
	7.5.2	Annuitätentilgung	242
	7.5.3	Ratentilgung	245
	7.5.4	Tilgung mit Aufgeld (Agio)	247
	7.5.4.1	Annuitätentilgung mit Aufgeld	247

	7.5.4.2	Tilgung einer Ratenschuld mit Aufgeld	251
7.5.5		Tilgung mit Abgeld (Disagio)	253
	7.5.5.1	Annuitätentilgung mit Abgeld bei sofortiger Verbuchung als Zinsaufwand	254
	7.5.5.2	Annuitätentilgung mit Abgeld bei Einstellung eines Disagios in einen aktiven Rechnungsabgrenzungsposten	256
	7.5.5.3	Tilgung einer Ratenschuld mit Abgeld bei sofortiger Verbuchung als Zinsaufwand	257
	7.5.5.4	Tilgung einer Ratenschuld mit Abgeld bei Einstellung des Disagios in einen aktiven Rechnungsabgrenzungsposten	258
7.5.6		Tilgungsfreie Zeiten	259
7.5.7		Gerundete Annuitäten	261
	7.5.7.1	Prozentannuität	261
	7.5.7.2	Tilgung von Anleihen	264
7.5.8		Unterjährige Tilgung	268
	7.5.8.1	Unterjährige Annuitätentilgung ...	269
	7.5.8.2	Unterjährige Ratentilgung	275
7.6		Investitionsrechnung	281
	7.6.1	Grundbegriffe	282
	7.6.2	Finanzmathematische Grundlagen	284
	7.6.3	Statische Verfahren der Investitionsrechnung	287
	7.6.4	Methoden der dynamischen Investitionsrechnung	287
	7.6.4.1	Kapitalwertmethode (Kapitalbarwert, Kapitalendwert, Vermögensendwert)	288
	7.6.4.2	Annuitätenmethode	291
	7.6.4.3	Interne Zinsfußmethode	294

8	Optimierung linearer Modelle	297
8.1	Lagrange-Methode	297
8.1.1	Einführung	297
8.1.2	Bildung der Lagrange-Funktion	297
8.1.3	Bestimmung der Lösung	298
8.1.4	Interpretation von λ	301
8.1.5	Identifizierung der Art des Optimums	302
8.2	Lineare Optimierung	313
8.2.1	Einführung	313
8.2.2	Der lineare Programmierungsansatz	313
8.2.3	Graphische Bestimmung der Lösung	314
8.2.4	Primaler Simplex-Algorithmus	318
8.2.5	Simplextableau (grundsätzlicher Aufbau) ...	318
8.2.6	Dualer Simplex-Algorithmus	324
8.3	Nichtlineare Optimierung	333
8.3.1	Einführung	333
8.3.2	Grundlegende Eigenschaften der nichtli- nearen Optimierung	334
8.3.3	Methoden der nichtlinearen Optimierung ...	336
8.3.3.1	Suchstrategien	336
8.3.3.2	Deterministische Suchstrategien ..	337
8.3.3.3	Das Nelder-Mead-Simplex-Such- verfahren	338
8.3.4	Fazit	347
9	Funktionen	351
9.1	Einführung	351
9.1.1	Verkettung von Funktionen	355
9.1.2	Umkehrfunktion, inverse Funktion	357
9.2	Klassifizierung von Funktionen	359
9.2.1	Rationale Funktionen	360
9.2.1.1	Ganzrationale Funktionen	360
9.2.1.2	Gebrochenrationale Funktionen ..	360
9.2.2	Nichtrationale Funktionen	364
9.2.2.1	Potenzfunktionen	364

9.2.2.2	Wurzelfunktion	367
9.2.2.3	Transzendente Funktionen	368
9.2.2.3.1	Exponentialfunktionen ..	368
9.2.2.3.2	Logarithmusfunktionen .	374
9.2.2.4	Trigonometrische Funktionen	380
9.3	Eigenschaften reeller Funktionen	408
9.3.1	Beschränktheit	408
9.3.2	Symmetrie	410
9.3.2.1	Achsensymmetrie	410
9.3.2.2	Punktsymmetrie	412
9.3.3	Transformationen	415
9.3.3.1	Scheitelpunktform	417
9.3.4	Stetigkeit	420
9.3.5	Polstellen	420
9.3.6	Definitionslücken	422
9.3.7	Sprungstellen	423
9.3.8	Homogenität	424
9.3.9	Periodizität	425
9.3.10	Nullstellen	425
9.3.11	Lokale Extrema	426
9.3.12	Monotonie	427
9.3.13	Krümmungsverhalten/ Wendepunkte	428
9.3.14	Asymptoten	430
9.3.14.1	Waagerechte Asymptote	431
9.3.14.2	Senkrechte Asymptote	433
9.3.14.3	Schiefe Asymptote	434
9.3.14.4	Asymptotische Kurve	435
9.3.15	Tangenten einer Kurve	436
9.3.16	Normalen einer Kurve	437
9.4	Übungsaufgaben Funktionen	438
10	Differentialrechnung	443
10.1	Differentiation von Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	443
10.1.1	Allgemeines	443
10.1.2	Erste Ableitung elementarer Funktionen ...	446
10.1.3	Ableitungsregeln	448

10.1.4	Höhere Ableitungen	450
10.1.5	Differentiation von Funktionen mit Parametern	451
10.1.6	Kurvendiskussion	451
10.2	Differentiation von Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	461
10.2.1	Partielle Ableitungen (1. Ordnung)	461
10.2.2	Partielle Ableitungen (2. Ordnung)	464
10.2.3	Lokale Extrema der Funktion $f = f(x, y)$...	466
10.2.3.1	Relative Extrema ohne Nebenbedingung der Funktion $f = f(x, y)$	466
10.2.3.2	Relative Extrema unter m Nebenbedingungen der Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$ mit $m < n$	475
10.2.4	Differentiale für die Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$	479
10.3	Sätze über differenzierbare Funktionen	481
10.3.1	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	481
10.3.2	Verallgemeinerter Mittelsatz der Differentialrechnung	482
10.3.3	Satz von Rolle	482
10.3.4	L'Hospitalsche Regel	483
10.3.5	Schranksatz der Differentialrechnung ...	484
11	Integralrechnung	485
11.1	Einführung	485
11.2	Das unbestimmte Integral	486
11.2.1	Definition / Bestimmung der Stammfunktion	486
11.2.2	Elementare Rechenregeln für das unbestimmte Integral	489
11.3	Das bestimmte Integral	490
11.3.1	Einführung	490
11.3.2	Beziehung zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral	494

11.3.3	Spezielle Integrationstechniken	499
11.3.3.1	Die partielle Integration	499
11.3.3.2	Integration durch Substitution	501
11.4	Mehrfach-Integrale	502
11.5	Integralrechnung bei ökonomischen Problemstellungen	503
11.5.1	Kostenfunktionen	503
11.5.2	Umsatzfunktionen (= Erlösfunktionen)	505
11.5.3	Gewinnfunktionen	506
12	Elastizitäten	511
12.1	Problemstellung und Begriff der Elastizität	511
12.2	Bogenelastizität	512
12.3	Punktelastizität	516
12.4	Preiselastizität der Nachfrage ϵ_{xp}	519
12.5	Die Kreuzpreiselastizität $\epsilon_{x_A p_B}$	524
12.6	Die Einkommenselastizität der Nachfrage ϵ_{xy}	526
13	Ökonomische Funktionen	527
13.1	Angebotsfunktion	527
13.2	Nachfragefunktion / Inverse Nachfragefunktion	529
13.3	Marktgleichgewicht	531
13.4	Käufermarkt und Verkäufermarkt	532
13.5	Angebotslücke	533
13.6	Nachfragelücke	533

13.7	Erlösfunktion	535
13.8	Kostenfunktionen	541
13.9	Neoklassische Kostenfunktion	549
13.10	Ertragsgesetzliche Kostenfunktion	557
13.11	Einzelkosten versus Gemeinkosten	570
13.11.1	Eindimensionale Kostenzurechnungsprinzipien	573
13.11.2	Mehrdimensionale Kostenzurechnungsprinzipien	575
13.12	Gewinnfunktion	578
14	Peren-Theorem	587
A	Finanzmathematische Faktoren	595
B	Literaturverzeichnis	641
	Stichwortverzeichnis	651