

Inhaltsverzeichnis

VORWORT	1
WER SOLLTE DIESES BUCH LESEN – UND WAS BIETET ES?	5
INHALTSVERZEICHNIS	9
1. HINWEISE FÜR EINEN ERFOLGREICHEN STUDIENBEGINN	13
1.1 WAS WIRD BIS ZUM ABITUR NICHT VERMITTELT?	14
1.2 MODULSYSTEM UND LEHRVERANSTALTUNGEN IM STUDIUM	15
1.3 PRÜFUNGEN IN DEN ERSTEN SEMESTERN	19
1.4 WENN FRUST AUFGOMMT	21
1.5 DIE SPRACHE DER MATHEMATIK	23
2. EINSTIEG MIT DREI HISTORISCHEN AUFGABEN	27
2.1 DIE ZISTERNE	27
2.2 SCHAFE UND ZIEGEN	29
2.3 UMFÜLLEN VON WEIN	32
2.4 HISTORISCHE EINORDNUNG	35
2.5 ÜBUNGEN	37
3. EINE AUFGABE – MEHRERE LÖSUNGSWEGE	39
3.1 ERLÄUTERN DER AUFGABE	39
3.2 DREI LÖSUNGSWEGE	40
3.2.1 Lösung mit Strahlensatz oder mit Ähnlichkeit von Dreiecken	40
3.2.2 Lösung mit einer Geradengleichung	44
3.2.3 Lösung mit Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck	45
3.3 ÜBUNGEN	48
4. FALLUNTERSCHIEDUNGEN UND MODELLBILDUNG	49
4.1 KOMBINATORIK IM EISCAFÉ	49
4.2 LINEARE UNGLEICHUNGSSYSTEME	55
4.3 ÜBUNGEN	58
5. ZAHLENBEREICHE UND UNENDLICHE MENGEN	59
5.1 STARTEN MIT DEN NATÜRLICHEN ZAHLEN	60

5.2 GEORG CANTOR UND ENTWICKLUNG DER TRANSFINITEN MENGENLEHRE.....	61
5.3 HILBERTS HOTEL.....	67
5.4 DIE KREISTEILUNG	69
5.5 POLARKOORDINATEN UND KOMPLEXE ZAHLEN.....	73
5.6 GAUß' ERSTE MATHEMATISCHE ENTDECKUNG	75
5.7 ÜBUNGEN	81
6. PRIMZAHLEN, TEILBARKEIT UND EINIGE INTERESSANTE ZAHLEN.....	83
6.1 PRIMZAHLEN UND TEILBARKEIT	83
6.1.1 Unendlich viele Primzahlen.....	84
6.1.2 Hauptsatz der elementaren Zahlentheorie.....	85
6.2 EINIGE INTERESSANTE ZAHLEN.....	89
6.2.1 Eine Milliarde und eine Trillion	89
6.2.2 Hardys Taxi-Nummer	91
6.3 FERMATS LETZTER SATZ – EIN HIGHLIGHT DER MATHEMATIK	94
6.4 ÜBUNGEN	97
7. FOLGEN UND REIHEN	99
7.1 VOLLSTÄNDIGKEIT DER REELLEN ZAHLEN.....	99
7.2 ZAHLENFOLGEN.....	104
7.3 HÄUFUNGSWERTE UND GRENZWERT	105
7.4 DAS COLLATZ-PROBLEM UND EINE MODIFIKATION.....	112
7.5 REIHEN	114
7.6 ÜBUNGEN	118
8. REELLE FUNKTIONEN, STETIGKEIT UND DIFFERENZIERBARKEIT.....	121
8.1 STETIGKEIT BEI REELLEN FUNKTIONEN	123
8.2 DIFFERENZIERBARKEIT	126
8.3 ZWEI TYPISCHE ANWENDUNGEN.....	131
8.3.1 Der schöne Zaun	133
8.3.2 Der schräge Wurf	135
8.4 ÜBUNGEN	139
9. INTEGRATION MIT DEM RIEMANN-INTEGRAL.....	141
9.1 BESTIMMTES RIEMANN-INTEGRAL – HERLEITUNG MIT OBER- UND UNTERSUMME	143
9.2 HAUPTSATZ UND RIEMANN-INTEGRIERBARKEIT	150
9.3 EINFACHE INTEGRATIONSVERFAHREN.....	154
9.4 ÜBUNGEN	159

10. THEORIEENTWICKLUNG MIT AUSSAGENLOGIK UND BEWEISVERFAHREN....	161
10.1 AUSSAGENLOGIK	162
10.2 HISTORISCHES UND DIE ANTINOMIEN DER ELEMENTAREN MENGENLEHRE	168
10.3 MATHEMATISCHE BEWEISVERFAHREN	172
10.3.1 Direkte Beweisverfahren	174
10.3.2 Indirekte Beweisverfahren.....	177
10.3.3 Verfahren mit besonderer Methodik.....	183
10.3.4 Beweise mit Computernutzung – Der Vier-Farben-Satz	188
10.4 ÜBUNGEN	193
11. THEORIEENTWICKLUNG MIT DER METHODE DER AXIOMATISIERUNG	195
11.1 DAS ANTIKE VORBILD – EUKLIDS ELEMENTE	198
11.2 AXIOMENSYSTEME DER GEOMETRIE	200
11.3 BEGRÜNDUNG DER NICHT EUKLIDISCHEN GEOMETRIE	203
11.4 HILBERTS VORTRAG IM JAHR 1900 IN PARIS.....	212
11.5 HILBERTS PROGRAMM.....	219
11.6 DIE GRENZEN DER AXIOMATISIERUNG	223
11.7 ÜBUNGEN	228
12. THEORIE DER LÖSBARKEIT LINEARER GLEICHUNGSSYSTEME	229
12.1 VEKTORRÄUME UND LINEARE ABBILDUNGEN.....	230
12.1.1 Grundlagen über Vektorräume	230
12.1.2 Grundlagen zu linearen Abbildungen	235
12.2 MATRIZEN UND DETERMINANTEN.....	238
12.2.1 Matrizenkalkül und Rechnen mit Determinanten	238
12.2.2 Historische Einordnung.....	250
12.3 DAS LINEARE GLEICHUNGSSYSTEM ALS LINEARE ABBILDUNG.....	252
12.4 RANGKRITERIUM UND LÖSBARKEIT VON LINEAREN GLEICHUNGSSYSTEMEN	256
12.5 ZWEI LÖSUNGSVERFAHREN FÜR LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME	259
12.5.1 Lösung eines LGS mit dem Gauß-Algorithmus	260
12.5.2 Lösung eines LGS mit der Cramerschen Regel	267
12.6 BERECHNUNG VON INVERSER MATRIX UND RANG MIT DEM GAUß-ALGORITHMUS	270
12.7 ÜBUNGEN	277
13. MATHEMATIK IM BERUF.....	279
13.1 KLASSISCHE UNTERTEILUNG IN REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK.....	280
13.2 MATHEMATIK IM FINANZSEKTOR	283

13.3 MODERNE TECHNOLOGIEN UND MATHEMATIK	289
NACHWORT UND DANK.....	303
LÖSUNGEN UND HINWEISE ZU DEN ÜBUNGEN.....	305
LITERATUR- UND QUELLENVERZEICHNIS.....	321
PERSONENREGISTER MIT LEBENS DATEN	327
SACHVERZEICHNIS	333
ÜBER DEN AUTOR.....	337