
Inhaltsverzeichnis

1	Mengentheoretische Grundlagen für die Topologie*	1
1.1	Das Auswahlaxiom in ZF.	3
1.2	Die Konstruktion der Ordinalzahlen in ZFC	5
1.3	Der Beweis der Dreieräquivalenz	14
1.4	Weitere Resultate in ZFC mit Klassen.	16
2	Elementare Topologie	23
2.1	Elementare Grundbegriffe	25
2.2	Einfache Folgerungen	35
2.3	Der Satz von TYCHONOFF.	39
2.4	Das Lemma von URYSOHN	46
2.5	Ordinalzahlen und Topologie*	52
2.6	Die Quotiententopologie	54
2.7	Topologische Mannigfaltigkeiten*	62
2.8	Die Klassifikation kompakter Flächen.	65
2.9	Die EULER-Charakteristik.	75
3	Algebraische Grundlagen – Teil I	85
3.1	Elemente der Gruppentheorie	85
3.2	Die Quaternionen und räumliche Drehungen*.	99
4	Einstieg in die algebraische Topologie.	107
4.1	Die Fundamentalgruppe.	107
4.2	Überlagerungen	119
4.3	Decktransformationen	125
4.4	Der Satz von SEIFERT-VAN KAMPEN.	140
4.5	Der Satz von NIELSEN-SCHREIER über freie Gruppen*.	147
4.6	Die WIRTINGER-Darstellung von Knotengruppen*	153
4.7	Die Fundamentalgruppe der $SO(3)^*$	159
4.8	Höhere Homotopiegruppen	165
4.9	Die lange exakte Homotopiesequenz.	173
4.10	Faserbündel und die Berechnung von $\pi_3(S^2, 1)$	179
4.11	Weitere Resultate zu Homotopiegruppen	189

5	Simpliziale Komplexe	197
5.1	Grundbegriffe.	197
5.2	Simpliziale Approximation	201
5.3	Euklidische Umgebungsretrakte*	206
5.4	Abbildungszylinder und -teleskope	217
5.5	PL-Mannigfaltigkeiten und die Hauptvermutung*	224
6	Algebraische Grundlagen – Teil II	243
6.1	Kettenkomplexe und Homologiegruppen	243
6.2	Tensorprodukte, freie Auflösungen und Tor-Gruppen	245
6.3	Das universelle Koeffiziententheorem für die Homologie.	254
6.4	Berechnungsformeln für Tor-Gruppen.	260
6.5	Die Künneth-Formel	263
7	Elemente der Homologietheorie	269
7.1	Ursprünge der Homologietheorie	269
7.2	Simpliziale Homologiegruppen	275
7.3	Singuläre Homologiegruppen	292
7.4	Der Homotopiesatz – Teil I	299
7.5	Intermezzo: Singuläre Homologie mit n -Würfeln	300
7.6	Der Homotopiesatz – Teil II.	314
7.7	Die lange exakte Homologiesequenz.	315
7.8	Der Ausschneidungssatz und einige seiner Anwendungen	318
7.9	Die Äquivalenz von simplizialer und singulärer Homologie.	335
7.10	Die Euler-Charakteristik als homologische Invariante	340
7.11	Die Homologie kompakter Flächen.	347
7.12	Die Mayer-Vietoris-Sequenz	354
7.13	Die Homologie von Produkträumen	365
8	CW-Komplexe und einige ihrer Anwendungen	377
8.1	Grundlegende Definitionen und erste Beispiele.	379
8.2	Sind CW-Komplexe allgemeiner als Simplizialkomplexe?	387
8.3	Teilkomplexe und Kompakta in CW-Komplexen	391
8.4	Kanonische ϵ -Umgebungen und Umgebungsretrakte	395
8.5	Zelluläre Abbildungen und zelluläre Approximation	404
8.6	Der Satz von Whitehead.	413
8.7	Zelluläre Homologie	419
8.8	CW-Approximationen und CW-Modelle.	437
8.9	Brücken zwischen Homotopie- und Homologietheorie.	446
8.10	Das Theorem von Hurewicz.	449
9	Algebraische Grundlagen – Teil III.	475
9.1	Permutationen	475
9.2	Kohomologie und die Ext-Gruppen.	477
9.3	Das universelle Koeffiziententheorem der Kohomologie	482

10	Kohomologie und die Poincaré-Dualität.	487
10.1	Duale Triangulierungen und duale Teilräume	488
10.2	Der duale Kettenkomplex	499
10.3	Die Kohomologie simplizialer Komplexe	504
10.4	Lange exakte Sequenzen in der Kohomologie	511
10.5	Das Cap-Produkt und die simpliziale Poincaré-Dualität.	516
10.6	Die Poincarésche Homologiesphäre*	535
10.7	Homologische Charakterisierung von Orientierbarkeit.	548
10.8	Singuläre Kohomologie und die Poincaré-Dualität.	566
10.9	Der Kohomologiering topologischer Räume.	585
10.10	Eine Anwendung auf Divisionsalgebren*	593
10.11	Schnittzahlen und Verschlingungszahlen*	603
10.12	Die Hopf-Invariante*	614
	Literatur	633
	Stichwortverzeichnis.	639