
Inhaltsverzeichnis

1	Mengentheoretische Grundlagen für die Topologie*	1
1.1	Das Auswahlaxiom in ZF	3
1.2	Die Konstruktion der Ordinalzahlen in ZFC	5
1.3	Der Beweis der Dreieräquivalenz	14
1.4	Weitere Resultate in ZFC mit Klassen	16
2	Elementare Topologie	23
2.1	Elementare Grundbegriffe	25
2.2	Einfache Folgerungen	35
2.3	Der Satz von TYCHONOFF	39
2.4	Das Lemma von URYSOHN	46
2.5	Ordinalzahlen und Topologie*	52
2.6	Die Quotiententopologie	54
2.7	Topologische Mannigfaltigkeiten*	62
2.8	Die Klassifikation kompakter Flächen	65
2.9	Die EULER-Charakteristik	75
3	Algebraische Grundlagen – Teil I	85
3.1	Elemente der Gruppentheorie	85
3.2	Die Quaternionen und räumliche Drehungen*	99
4	Einstieg in die algebraische Topologie	107
4.1	Die Fundamentalgruppe	107
4.2	Überlagerungen	119
4.3	Decktransformationen	125
4.4	Der Satz von SEIFERT-VAN KAMPEN	140
4.5	Der Satz von NIELSEN-SCHREIER über freie Gruppen*	147
4.6	Die WIRTINGER-Darstellung von Knotengruppen*	153
4.7	Die Fundamentalgruppe der $SO(3)^*$	159
4.8	Höhere Homotopiegruppen	165
4.9	Die lange exakte Homotopiesequenz	173
4.10	Faserbündel und die Berechnung von $\pi_3(S^2, 1)$	179
4.11	Weitere Resultate zu Homotopiegruppen	189

5	Simpliziale Komplexe	197
5.1	Grundbegriffe	197
5.2	Simpliziale Approximation	201
5.3	Euklidische Umgebungsretrakte*	206
5.4	Abbildungszylinder und -teleskope	217
5.5	PL-Mannigfaltigkeiten und die Hauptvermutung*	224
6	Algebraische Grundlagen – Teil II	243
6.1	Kettenkomplexe und Homologiegruppen	243
6.2	Tensorprodukte, freie Auflösungen und Tor-Gruppen	245
6.3	Das universelle Koeffiziententheorem für die Homologie	254
6.4	Berechnungsformeln für Tor-Gruppen	260
6.5	Die Künneth-Formel	263
7	Elemente der Homologietheorie	269
7.1	Ursprünge der Homologietheorie	269
7.2	Simpliziale Homologiegruppen	275
7.3	Singuläre Homologiegruppen	292
7.4	Der Homotopiesatz – Teil I	299
7.5	Intermezzo: Singuläre Homologie mit n -Würfeln	300
7.6	Der Homotopiesatz – Teil II	314
7.7	Die lange exakte Homologiesequenz	315
7.8	Der Ausschneidungssatz und einige seiner Anwendungen	318
7.9	Die Äquivalenz von simplizialer und singulärer Homologie	335
7.10	Die Euler-Charakteristik als homologische Invariante	340
7.11	Die Homologie kompakter Flächen	347
7.12	Die Mayer-Vietoris-Sequenz	354
7.13	Die Homologie von Produkträumen	365
8	CW-Komplexe und einige ihrer Anwendungen	377
8.1	Grundlegende Definitionen und erste Beispiele	379
8.2	Sind CW-Komplexe allgemeiner als Simplizialkomplexe?	387
8.3	Teilkomplexe und Kompakta in CW-Komplexen	391
8.4	Kanonische ϵ -Umgebungen und Umgebungsretrakte	395
8.5	Zelluläre Abbildungen und zelluläre Approximation	404
8.6	Der Satz von Whitehead	413
8.7	Zelluläre Homologie	419
8.8	CW-Approximationen und CW-Modelle	437
8.9	Brücken zwischen Homotopie- und Homologietheorie	446
8.10	Das Theorem von Hurewicz	449
9	Algebraische Grundlagen – Teil III	475
9.1	Permutationen	475
9.2	Kohomologie und die Ext-Gruppen	477
9.3	Das universelle Koeffiziententheorem der Kohomologie	482

10 Kohomologie und die Poincaré-Dualität	487
10.1 Duale Triangulierungen und duale Teilräume	488
10.2 Der duale Kettenkomplex	499
10.3 Die Kohomologie simplizialer Komplexe	504
10.4 Lange exakte Sequenzen in der Kohomologie	511
10.5 Das Cap-Produkt und die simpliziale Poincaré-Dualität	516
10.6 Die Poincarésche Homologiesphäre*	535
10.7 Homologische Charakterisierung von Orientierbarkeit	548
10.8 Singuläre Kohomologie und die Poincaré-Dualität	566
10.9 Der Kohomologierung topologischer Räume	585
10.10 Eine Anwendung auf Divisionsalgebren*	593
10.11 Schnittzahlen und Verschlingungszahlen*	603
10.12 Die Hopf-Invariante*	614
Literatur	633
Stichwortverzeichnis	639