

Inhaltsverzeichnis

1	Grundbegriffe der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	1
1.1	Definition der Wahrscheinlichkeit	1
1.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Mittelwerte	3
1.3	Kombinatorik	6
1.4	Die Binominalverteilung als Wahrscheinlichkeitsdichte	9
1.5	Die Gauß-Verteilung als Grenzfall der Binominalverteilung	12
1.6	Die Poisson-Verteilung als Grenzfall der Binominalverteilung	16
1.7	Exkurs zu Kapitel 1	19
1.7.1	Das letzte gemeinsame Mittagessen	19
1.7.2	Ordnen von Buchstaben zu Wörtern	19
1.7.3	Ziehung von Kugeln aus einer Urne	20
1.7.4	Multiplizität von Spin-Spin-Kopplung in der ¹ H-NMR Spektroskopie	20
1.7.5	Der Anteil von D ₂ ¹⁷ O-Molekülen im Trinkwasser	21
1.7.6	Zahl der Sitzweisen von Vögeln auf Pfählen	22
1.7.7	Ein Würfelspiel	22
1.7.8	Noch ein Würfelspiel	23
1.7.9	Gewinnchance beim Zahlenlotto	23
1.7.10	Gemeinsamer Geburtstag	24
1.7.11	Isotopenverteilung und Massenspektrum von BCl ₃	25
1.7.12	Zahl der Verteilung von Bällen auf Körbe	26
1.7.13	Eigenschaften einer Verteilungsfunktion	27
1.7.14	Statistische Verteilung kolloidaler Goldpartikel unter dem Mikroskop	27
1.7.15	Trefferwahrscheinlichkeit von Neutrinos auf den menschlichen Körper	28
1.7.16	Mögliche Zahl von Gewinnern beim Lotto	29
1.7.17	Fehlerquote bei der Replikation eines DNA-Moleküls	29
1.7.18	Statistik beim Zerfall eines Radionuklids	30
1.7.19	Molekulargewichtsverteilung von Polymermolekülen	31
1.7.20	Das Nadelproblem von Buffon. Eine statistische Methode zur Bestimmung der Zahl π	32
2	Das kanonische Ensemble	35

2.1	Die Kanonische Zustandssumme und die Maxwell-Boltzmann-Statistik .	35
2.2	Entropie, freie Energie und Druck	40
2.3	Energiefluktuation und die Methode des maximalen Terms	44
2.4	Zustandssummen unabhängiger Teilchen und die Grenzen der MB-Statistik	47
2.5	Ideale Gase und Berechnung ihrer thermodynamischen Zustandsgrößen	50
2.5.1	Die molekulare Translationszustandssumme	52
2.5.2	Die molekulare Schwingungszustandssumme 2- und mehratomiger Moleküle	53
2.5.3	Die molekulare Rotationszustandssumme linearer Moleküle . . .	55
2.5.4	Molekulare Rotationszustandssumme mehratomiger nichtlineare Moleküle	57
2.5.5	Die elektronische Zustandssumme	61
2.5.6	Die thermische Zustandsgleichung, innere Energie, Molwärme und Entropie mehratomiger idealer Gase	61
2.5.7	Die thermische Wellenlänge. Übergang von der MB-Statistik zur Quantenstatistik.	68
2.6	Der Boltzmann'sche Verteilungssatz für unabhängige Teilchen	70
2.7	Die Maxwell-Boltzmann'sche Geschwindigkeitsverteilung	73
2.8	Anharmonische Schwingungen und Rotations-Schwingungskopplung .	78
2.9	Die Koppelung von Kernspin und Molekülrotation	82
2.10	Der atomare Festkörper als Riesenmolekül	93
2.10.1	Die Näherung nach Einstein	93
2.10.2	Die verbesserte Näherung nach Debye	96
2.10.3	Theorie des eindimensionalen harmonischen Festkörpers	104
2.11	Exkurs zu Kapitel 2	110
2.11.1	Alternative Methode zur Ermittlung von $\beta(T) = 1/k_B T$	110
2.11.2	Statistischer Nachweis der Additivität von Entropien	111
2.11.3	Elektronischer Anteil der Molwärme am Beispiel von NO	112
2.11.4	Elektronische Molwärme von O-Atomen in der Exosphäre	113
2.11.5	Maximale Besetzungswahrscheinlichkeit der molekularen Rotation	114
2.11.6	Molare Entropie des flüssigen Quecksilbers	115
2.11.7	Adiabatisch-reversible Expansion von SO ₂	116
2.11.8	Temperatur eines interstellaren Gasnebels	117
2.11.9	Methode des maximalen Terms zur Berechnung der Zustandssumme von N harmonischen Oszillatoren	120
2.11.10	Zur Integralnäherung der Berechnung von q_{rot} für homonukleare zweiatomige Moleküle – Ursprung der Symmetriezahl 2	121
2.11.11	Berechnung von Rotationstemperaturen aus Massen und Atomabständen der Moleküle C ₂ N ₂ , ¹¹ BF ₃ , H ₂ CO, Fulleren und cis- sowie trans-1,2-Difluorethylen	122
2.11.12	Warum spielt die Rotation um die Bindungsachse linearer Moleküle für die Rotationszustandssumme keine Rolle?	125
2.11.13	Bestimmung einer unbekannten Schwingungstemperatur von SF ₆ aus Messung der Molwärme	126

2.11.14	Testbeispiele für die Gültigkeitsgrenzen der MB-Statistik	127
2.11.15	Ableitung des idealen Gasgesetzes aus der MB-Geschwindigkeitsverteilung	128
2.11.16	Thermische Dopplerverbreiterung von Spektrallinien – Temperaturmessungen in heißen Flammen	130
2.11.17	Dampfdruckmessung mit der Knudsen-Zelle	131
2.11.18	Gasverlust einer Raumkapsel	132
2.11.19	Temperatur-, Druck- und Dichteverhältnisse in einer Knudsen-Doppelzelle	134
2.11.20	Geschwindigkeitsverteilung im Molekularstrahl	134
2.11.21	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten mehrerer unabhängiger Moleküle in demselben Quantenzustand nach der MB-Statistik . . .	137
2.11.22	Der Zusammenhang von Einstein’scher und Debye’scher Theorie	138
2.11.23	Ableitung der inneren Energie des Debye’schen Festkörpers . . .	140
2.11.24	Alternative Darstellungsform der Molwärme des Debye’schen Festkörpers	140
2.11.25	Die Gitterenergie von Diamant	141
2.11.26	Nullpunktsenergie linearer Kristalle	143
3	Quantenstatistiken quasi-freier Teilchen	145
3.1	Energieeigenwerte und Impulse freier Teilchen	145
3.2	Statistische Verteilungsfunktionen von Fermionen und Bosonen	147
3.3	Zustandsgrößen des FD- und BE-Gases	154
3.4	Teilchenzahlschwankungen von Fermionen und Bosonen	162
3.5	Einfache Anwendungen der FD-Statistik	164
3.5.1	Das entartete ideale Fermigas als Modell für freie Elektronen in Metallen	164
3.5.2	Zustandsgrößen des fast entarteten Fermi-Gases	167
3.5.3	Flüssiges ³ He als Fermigas	171
3.5.4	Schwere Atomkerne als entartetes Fermi-Gas der Nukleonen . .	173
3.5.5	Thermische Elektronenemission aus Metalloberflächen	181
3.5.6	Das statistische Atommodell nach Thomas und Fermi	183
3.5.7	Das entartete relativistische Fermi-Gas	185
3.6	Anwendungen der BE-Statistik	189
3.6.1	Das Photonengas und das Planck’sche Strahlungsgesetz.	189
3.6.2	Theorie der Bose-Einstein-Kondensation	197
3.6.3	Bose-Einstein Kondensation in hochverdünnten atomaren Gasen	203
3.7	Exkurs zu Kapitel 3	211
3.7.1	Normierung der Wellenfunktion $\sin(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$. . .	211
3.7.2	Ableitung der thermischen Zustandsgleichung $p(N,V,T)$ idealer Quantengase aus der Teilchenzahldichte	211
3.7.3	Energiequanten harmonischer Oszillatoren als Bosonen	212
3.7.4	Kompressibilität des entarteten Elektronengases in Metallen . . .	213

3.7.5	Lichtabsorption in einem zweidimensionalen Elektronengas am Beispiel des Fulleren-Moleküls	213
3.7.6	Dichtefluktuation im Fermi-Gas – Eine alternative Ableitung . .	214
3.7.7	Explizite Darstellung der Entropie eines FD- und BE-Gases . . .	215
3.7.8	Höhere Näherungen der Temperaturabhängigkeit von Zustandsgrößen des fast entarteten Fermi-Gases	216
3.7.9	Zustandssumme der Translation nach der MB-Statistik im kugelförmigen Hohlraum	217
3.7.10	Quantenstatistische Virialkoeffizienten des idealen FD- und BE-Gases	218
3.7.11	Instabile Atomkerne: Der β^- - und β^+ -Zerfall	220
3.7.12	Die α -Teilchen-Emission als asymmetrische Kernspaltung	222
3.7.13	Heiße Compound-Atomkerne schwerer Elemente	223
3.7.14	Kernspaltung oder Kernfusion? Eine Anwendung des Tropfenmodells	225
3.7.15	Das Tunnelelektronenmikroskop (STM)	227
3.7.16	Konsistenztest für die Herleitung der Bosonenzahl N_ϵ in angeregten Energieniveaus im Bereich der BE-Kondensation	229
4	Reaktionsgleichgewichte in Gasmischungen	231
4.1	Mischungsentropie und freie Mischungsenthalpie	231
4.2	Das chemische Potential in gasförmigen Mischungen	234
4.3	Das Massenwirkungsgesetz	235
4.4	Die Saha'sche Formel	243
4.5	Nichtstarre Moleküle in der Gasphase	246
4.5.1	Innere Rotation	246
4.5.2	Näherung der Konfigurationsgleichgewichte zur Berechnung thermodynamischer Eigenschaften kleiner nichtstarrer Moleküle	250
4.5.3	Rotationsisomere Moleküle im Gleichgewicht	254
4.6	Exkurs zu Kapitel 4	255
4.6.1	Das Gleichgewicht $\text{N}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{NO}$	255
4.6.2	Elektronische Nullpunktsreaktionsenergie chemischer Reaktionen	257
4.6.3	Berechnung von Standardreaktionsentropien $\Delta_R \bar{S}^0$ für $\text{H}_2 + \text{I}_2 \rightleftharpoons 2\text{HI}$	257
4.6.4	Chemisches Gleichgewicht als Mittelwert des kanonischen Ensembles	258
4.6.5	Verteilung von Deuterium in Chlorwasserstoff + Wasserstoff-Gemischen	260
4.6.6	Der Einfluss der inneren Rotation auf das Gleichgewicht $\text{C}_2\text{H}_6 \rightleftharpoons \text{C}_2\text{H}_4 + \text{H}_2$	262
4.6.7	Thermodynamik der Bildung eines Wasserstoffplasmas	264
4.6.8	Molwärme dissoziierender Moleküle am Beispiel von $\text{N}_2\text{O}_4 \rightleftharpoons 2\text{NO}_2$ und $\text{I}_2 \rightleftharpoons 2\text{I}$	266

4.6.9	Die Gleichgewichtsreaktion $\text{CO}_2 \rightleftharpoons \frac{1}{2} \text{O}_2 + \text{CO}$. Phänomenologische und molekularstatistische Berechnung im Vergleich.	270
4.6.10	Regenerative Produktion von Wasserstoff durch Wasserelektrolyse	272
4.6.11	„Power to Gas“-Systeme	275
4.6.12	Das nukleare Reaktionsgleichgewicht ${}^8\text{Be} \rightleftharpoons 2 {}^4\text{He}$ und die stellare Fusion von ${}^4\text{He}$ zu ${}^{12}\text{C}$	276
5	Das Nernst'sche Wärmetheorem	278
5.1	Spektroskopische und kalorimetrische Entropie	278
5.2	Statistische Interpretation des Wärmetheorems	281
5.3	Beobachtete Nullpunktsentropien	283
5.4	Isotopenmischungen	284
5.5	Nullpunktsentropien von Kernspinisomeren	286
5.6	Exkurs zu Kapitel 5	288
5.6.1	Nullpunktsentropien von NO und $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{Cl}$	288
5.6.2	Nullpunktsentropie von H_2O	289
5.6.3	Nullpunktsentropien von N_2 , H_2C_2 , F_2 und ${}^{16}\text{O}_2$	290
5.6.4	Nullpunktsentropien von deuterierten Methan-Molekülen	291
5.6.5	Nullpunktsentropien von Defektkristallen	292
5.6.6	Dampfdruckberechnung von Metallen bei 298 K	292
5.6.7	Korrekturverfahren zur Umrechnung der Entropie realer Gase auf ideale Entropiewerte	294
6	Molekularstatistische Methoden in der chemischen und nuklearen Kinetik	296
6.1	Elementare Stoßtheorie bimolekularer chemischer Reaktionen in der Gasphase	296
6.2	Die mittlere freie Weglänge von Molekülen in Gasen	300
6.3	Die Theorie des Übergangszustandes bimolekularer Reaktionen	303
6.4	Kinetik thermonuklearer Fusionsreaktionen	311
6.5	Elementare Theorie von Transportgrößen in Gasen	317
6.5.1	Selbstdiffusion und Diffusion in Mischungen	318
6.5.2	Diffusion als statistischer Prozess. Das „Random walk“-Modell	322
6.5.3	Brown'sche Molekularbewegung und Langevin'sche Gleichung	327
6.5.4	Wärmeleitung in Gasen	331
6.5.5	Viskosität in Gasen	333
6.5.6	Elektrische Leitfähigkeit in Gasen. Gasplasma und Plasmafrequenz	335
6.6	Exkurs zu Kapitel 6	339
6.6.1	Zahl der molekularen Zusammenstöße in einer $\text{H}_2 + \text{N}_2$ -Gas Mischung	339
6.6.2	Allgemeiner differentieller Streuquerschnitt und totaler Streuquerschnitt für harte Kugeln	340

6.6.3	Aktivierungsentropie der Reaktion $\text{Br} + \text{CH}_4 \rightarrow \text{HBr} + \text{CH}_3$. . .	342
6.6.4	Berechnung von k_{TST} für die Reaktion $\text{F} + \text{H}_2 \rightarrow \text{HF} + \text{H}$	342
6.6.5	Stoßzeit von H-Atomen im interstellaren Raum	344
6.6.6	Verdampfungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit	345
6.6.7	Stoßverbreiterung von Spektrallinien	346
6.6.8	Der Wärmeleitungsdetektor in der Gaschromatographie	347
6.6.9	Das Pirani-Manometer	349
6.6.10	Laminarer Gasfluss durch dünne Röhren. Kapillarviskosimetrie .	350
6.6.11	Wärmeentwicklung einfallender Meteore in der Erdatmosphäre .	352
6.6.12	Argon Plasma und Plasmafrequenz	355
6.6.13	Der Gamow-Peak der thermonuklearen Reaktion $^{12}\text{C} + ^1\text{H} \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$	356
6.6.14	Kernfusionsreaktoren als Energiequelle der Zukunft?	357
7	Strahlung und Materie	363
7.1	Photonenstrahlung in Wechselwirkung mit Materie	363
7.2	Lichtabsorption und Spektroskopie	365
7.3	Strahlungsbilanzen und Treibhauseffekt in Planetenatmosphären	367
7.4	Lebenslauf und Schicksal der Sterne	371
7.4.1	Ursprung der Sterne und das Jeans-Kriterium	373
7.4.2	Das hydrostatische Gleichgewicht und eine einfache Zustandsbe- schreibung von Sternen	375
7.4.3	Die innere Struktur nichtbrennender Sterne. Die Lane-Emden- Gleichung	382
7.4.4	Leuchtkraft und Lebenszeit von Sternen. Nukleares Wasserstoff- brennen.	389
7.4.5	Weitere Stadien der Sternentwicklung und stellare Nukleo- synthesen	393
7.4.6	Die Chandrasekhar-Masse und die innere Struktur eines weißen Zwergsterns	398
7.4.7	Auf dem Weg zum Neutronenstern	407
7.4.8	Stationärer Strahlungstransport in Sternatmosphären	413
7.5	Schwarze Löcher	420
7.5.1	Entstehung und Wärmestrahlung schwarzer Löcher	420
7.5.2	Entropie und Lebenslauf schwarzer Löcher	424
7.5.3	Das Ende von schwarzen Löchern	428
7.5.4	Quasare	431
7.6	Kosmologie des frühen Universums	435
7.6.1	Gleichgewicht von Photonen mit Materie und Antimaterie	436
7.6.2	Protonen, Neutronen, Myonen, Elektronen, Neutrinos und ihre Antiteilchen	438
7.6.3	Schwellentemperaturen und Vernichtung der Antimaterie	444
7.6.4	Die thermische Entwicklung des Universums	445

7.6.5	Die zeitliche Entwicklung des Kosmos. Die Friedmann-Lemaitre-Gleichung und das Lambda-CDM-Weltmodell (Standardmodell)	453
7.6.6	Primordiale Nukleosynthese aus Protonen und Neutronen	463
7.7	Exkurs zu Kapitel 7	468
7.7.1	Die Wellenlänge der maximalen Lichtintensität eines thermischen Strahlers – Der Wien’sche Verschiebungssatz	468
7.7.2	Lichtdruck und Plasmadruck im Zentrum der Sonne	469
7.7.3	Der Kollaps einer Gaswolke als Geburtsvorgang eines Sterns . .	470
7.7.4	Ermittlung von Sterndaten aus dem HR-Diagramm	472
7.7.5	Verweildauer von Sternen auf der Hauptreihe des HR-Diagramms	474
7.7.6	Analytische Lösungen der Lane-Emden-Gleichung	475
7.7.7	Exoplaneten und habitable Zonen	477
7.7.8	Radius und Dichte von Sirius B	479
7.7.9	Die Oberflächentemperatur der Erde in 5 Milliarden Jahren . . .	481
7.7.10	Die Strahlungsintensität von Sonnenneutrinos auf der Erdoberfläche	482
7.7.11	Energiedichte und Teilchenzahldichte der Photonen und Nukleonen im heutigen Universum	483
7.7.12	„Hawking Strahlung“ contra „kosmische Hintergrundstrahlung“	484
7.7.13	Gezeitenkräfte in der Nähe von schwarzen Löchern	485
7.7.14	Warum ist der Nachthimmel dunkel? Das Olbers’sche Paradoxon	487
7.7.15	Strahlungstransport und Wärmeleitfähigkeit von Photonen . . .	489
7.7.16	Braune Zwerge. Verhinderte Sterne ohne Kernfusion	491
7.7.17	Obere Massengrenze für stabile Sterne	494
7.7.18	Bildung von H ⁻ -Ionen in stellaren Atmosphären	496
7.7.19	Der Radiometereffekt in hochverdünnten Gasen. Funktionsweise einer Lichtmühle.	497
7.7.20	Der negative Druck p_{Λ} der dunklen Energiedichte im kosmologischen Standardmodell	500
7.7.21	Analytische Lösung der Friedmann-Lemaitre-Gleichung ohne Strahlungsbeitrag	501
7.7.22	Der Übergang vom Strahlungs- zum Materieuniversum	502
7.7.23	Die kosmologische Rotverschiebung des Lichtes und die Größe des Weltraums als Sichthorizont	503
7.7.24	Dimensionsanalyse von Gl. (7.283)	508
7.7.25	Der inflatorische Prozess beim Urknall. Die kritische Dichte des Kosmos und der Sichthorizont.	508
7.7.26	Entropieproduktion eines strahlenden Sterns	510
7.7.27	Berechnung des Integrals $\int_0^{\infty} x^{l-1} \cdot (1 + e^x)^{-1} \cdot dx$	511
8	Molekulare Gase in äußeren Kraftfeldern	513
8.1	Die quasiklassische Zustandssumme	513

8.2	Dielektrische Materie im elektrischen Feld	518
8.3	Orientierungspolarisierbarkeit polarer Gase	521
8.4	Temperaturabhängige Dipolmomente	527
8.5	Die „Polarisationskatastrophe“ der CMD-Gleichung	529
8.6	Dielektrische Polarisation im zeitabhängigen E-Feld	531
8.7	Gase im Gravitations- und Zentrifugalfeld	536
8.8	Exkurs zu Kapitel 8	540
8.8.1	Die Langevin'sche Funktion	540
8.8.2	Dipolmomente und Polarisierbarkeiten von ortho- und m-Dichlorbenzol – Additivitätstest der Bindungsmomente	541
8.8.3	Gültigkeitstest der CMD-Gleichung für unpolare Moleküle bei höheren Gasdichten	542
8.8.4	Winkelverteilungsfunktion dipolarer Gase im elektrischen Feld	543
8.8.5	Molpolarisation assoziierender Ameisensäure in der Gasphase	544
8.8.6	Gravitationspotential und Gasdruck in einer Kaverne unter der Planetenoberfläche	547
8.8.7	Instabilität isothermer Planetenatmosphären	550
8.8.8	Die adiabatische Planetenatmosphäre. Wolkenbildung	551
8.8.9	Druckverteilung in einer Gaszentrifuge	554
8.8.10	Uranisotopentrennung mit Gaszentrifugen	555
8.8.11	Gase im 3D-parabelförmigen Potentialfeld nach der MB-Statistik	557
9	Molekulare Statistik in Magnetfeldern	559
9.1	Paramagnetismus: Kernspin im Magnetfeld	559
9.2	Ursprung des atomaren Paramagnetismus	564
9.3	Paramagnetische Suszeptibilitäten, Brillouin-Funktion und Curie'sches Gesetz	570
9.4	Innere Energie, Entropie und Molwärme paramagnetischer Systeme	575
9.5	Magnetisches Kühlen als isentroper Prozess.	579
9.6	Das freie Elektronengas im magnetischen Feld	585
9.6.1	Der Pauli'sche Paramagnetismus	586
9.6.2	Der Landau'sche Diamagnetismus	588
9.6.3	Der Diamagnetismus der Atome im Metallgitter	595
9.7	Realer Magnetismus. Übergang zum Ferromagnetismus	597
9.7.1	Gittertheorie des Ferromagnetismus in der Molekularfeldnäherung	597
9.7.2	Alternative Darstellung der Molekularfeld-Theorie des Ferro- und Antiferromagnetismus	608
9.7.3	Eindimensionale Spinketten. Ising-Modell.	612
9.7.4	Die Transfer-Matrix-Methode zur Behandlung des Ising-Modells	618
9.7.5	Spinwellen und Magnonen	620
9.8	Exkurs zu Kapitel 9	628
9.8.1	Berechnung der Population von ^1H -Kernen im Magnetfeld	628
9.8.2	Ableitung einer Näherungsformel für $\coth(y)$	629

9.8.3	Grenzfälle der Brillouin'schen Funktion	629
9.8.4	Chemische Gleichgewichte mit paramagnetischen Reaktanden .	630
9.8.5	Magnetische Suszeptibilität einer paramagnetischen ionischen Flüssigkeit	632
9.8.6	Die Curie'sche Konstante von NO	633
9.8.7	Druckabhängigkeit der Curie-Temperatur (Magnetostriktion) . .	635
9.8.8	Spin-Cross-Over (SCO) Effekt von Fe ²⁺ -Komplexen	636
9.8.9	Magnetismus von flüssigem ³ He	641
9.8.10	Der Grenzwert der Molwärme eines Ferromagneten bei $T = T_C$ nach dem Gittermodell der Molekularfeldtheorie	643
9.8.11	Genauere Begründung und Näherungscharakter der Molekular- feld-Methode	643
10 Reale Gase und Flüssigkeiten		645
10.1	Zwischenmolekulare Kräfte	645
10.2	Elementare Theorien des flüssigen Zustands	649
10.2.1	Die van der Waals-Theorie	649
10.2.2	Die eindimensionale Zustandsgleichung harter Kugeln (Stäbe) .	656
10.2.3	Die Carnahan-Starling Zustandsgleichung mit attraktivem Wech- selwirkungsterm	657
10.2.4	Eine Löchertheorie des fluiden Zustandes	660
10.2.5	Das freie Volumen von Flüssigkeiten	662
10.3	Korrekte Behandlung realer Gase bei niedrigen Dichten	665
10.4	Der zweite Virialkoeffizient in realen Gasmischungen	674
10.5	Reaktionsgleichgewichte in der realen Gasphase	676
10.6	Dichte flüssige Mischungen und Phasengleichgewichte	679
10.6.1	Äquivalenz von v. d. Waals-Theorie und Flory-Huggins-Theorie	679
10.6.2	Dampf-Flüssig- und Flüssig-Flüssig-Phasengleichgewichte . . .	684
10.6.3	Osmotische Druckgleichgewichte	690
10.7	Korrespondierende Zustände und der kritische Punkt	693
10.8	Exkurs zu Kapitel 10	696
10.8.1	Enthalpie realer Gase mit Kastenpotential	696
10.8.2	Übergang vom Lennard-Jones (n,6) zum Sutherland-Potential . .	697
10.8.3	Variablentransformation der Koordinaten wechselwirkender Mo- leküle unterschiedlicher Masse	698
10.8.4	Der zweite Virialkoeffizient nach dem Sutherlandpotential	699
10.8.5	Alternative Darstellungsform des zweiten Virialkoeffizienten . .	700
10.8.6	Vergleich von zwischenmolekularen Kräften mit der Gravitati- onskraft	701
10.8.7	Größenabschätzung von Chlorfluormethan-Molekülen mit Hilfe der v. d. Waals-Gleichung	702
10.8.8	Adiabatisch reversible Expansion realer Gase: Beispiel SO ₂	703
10.8.9	Lässt sich aus Daten des kritischen Punktes die Dichte einer kon- densierten Flüssigkeit berechnen?	703

10.8.10	Berechnung von Mischungsvolumina realer Gasmischungen aus Parametern des zwischenmolekularen Potentials	705
10.8.11	Flüssige Mischungen von $N_2 + CH_4$ auf dem Saturnmond Titan .	707
10.8.12	Dampfdruck eines Weichmachers	708
10.8.13	Azeotropie flüssiger Mischungen	709
10.8.14	Berechnung der Gleichgewichtskurve der flüssigen Mischungslücke symmetrischer molekularer Mischungen	710
10.8.15	Mischungsverhalten von 2 flüssigen Polymeren	712
10.8.16	Eutektische Mischungen	713
10.8.17	Schmelzdiagramme von mischbaren und partiell mischbaren festen Kristallen	715
10.8.18	Molekularstatistische Deutung des Prinzips der korrespondierenden Zustände	718
11	Anhang	720
11.1	Ableitung der Stirling'schen Formel	720
11.2	Die Gamma-Funktion und weitere wichtige Integrale	723
11.3	Formeln für Potenzsummen ganzer Zahlen und geometrische Reihen . .	727
11.4	Die Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren	730
11.5	Vektoren	732
11.6	Grundlagen der linearen Algebra	735
11.7	Variablentransformation in Mehrfachintegralen	753
11.8	Normalschwingungen von Molekülen	756
11.9	Berechnung der Trägheitsmomente von Molekülen	761
11.10	Zur Theorie zwischenmolekularer Kräfte	771
11.11	Die Schrödinger-Gleichung des 2-Teilchen-Systems	782
11.12	Das Pauli'sche Antisymmetriegesetz	802
11.13	Ableitung der Clausius-Mosotti-Debye-Gleichung	804
11.14	Gauß'scher Satz und Poisson-Gleichung	807
11.15	Erweiterung des Ensemblebegriffes - Fluktuationen	811
11.16	Das Virial-Theorem	815
11.17	Grundbegriffe der allgemeinen Thermodynamik	818
11.18	Wichtige mathematische Grundbeziehungen	835
11.19	Das relativistische Fermi-Gas	838
11.20	Die Gravitationsenergie polytroper Sternmodelle	840
11.21	Die Riemann'schen Zeta-Funktionen	843
11.22	Austauschintegral und Spinkopplung	846
11.23	Fourier-Reihen	850
11.24	Hinweise zu weiterführender und ergänzender Literatur	853
11.25	Physikalische Konstanten, Umrechnungsfaktoren und Messgrößen . . .	861