

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundbegriffe der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	1
1.2 Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Mittelwerte . . . . .	3
1.3 Kombinatorik . . . . .	6
1.4 Die Binomialverteilung als Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	9
1.5 Die Gauß-Verteilung als Grenzfall der Binomialverteilung . . . . .	12
1.6 Die Poisson-Verteilung als Grenzfall der Binomialverteilung . . . . .	16
1.7 Exkurs zu Kapitel 1 . . . . .	19
1.7.1 Das letzte gemeinsame Mittagessen . . . . .	19
1.7.2 Ordnen von Buchstaben zu Wörtern . . . . .	19
1.7.3 Ziehung von Kugeln aus einer Urne . . . . .	20
1.7.4 Multiplizität von Spin-Spin-Kopplung in der $^1\text{H}$ -NMR Spektroskopie . . . . .	20
1.7.5 Der Anteil von $\text{D}_2^{17}\text{O}$ -Molekülen im Trinkwasser . . . . .	21
1.7.6 Zahl der Sitzweisen von Vögeln auf Pfählen . . . . .	22
1.7.7 Ein Würfelspiel . . . . .	22
1.7.8 Noch ein Würfelspiel . . . . .	23
1.7.9 Gewinnchance beim Zahlenlotto . . . . .	23
1.7.10 Gemeinsamer Geburtstag . . . . .	24
1.7.11 Isotopenverteilung und Massenspektrum von $\text{BCl}_3$ . . . . .	25
1.7.12 Zahl der Verteilung von Bällen auf Körbe . . . . .	26
1.7.13 Eigenschaften einer Verteilungsfunktion . . . . .	27
1.7.14 Statistische Verteilung kolloidaler Goldpartikel unter dem Mikroskop . . . . .	27
1.7.15 Trefferwahrscheinlichkeit von Neutrinos auf den menschlichen Körper . . . . .	28
1.7.16 Mögliche Zahl von Gewinnern beim Lotto . . . . .	29
1.7.17 Fehlerquote bei der Replikation eines DNA-Moleküls . . . . .	29
1.7.18 Statistik beim Zerfall eines Radionuklids . . . . .	30
1.7.19 Molekulargewichtsverteilung von Polymermolekülen . . . . .	31
1.7.20 Das Nadelpproblem von Buffon. Eine statistische Methode zur Bestimmung der Zahl $\pi$ . . . . .	32
<b>2 Das kanonische Ensemble . . . . .</b>	<b>35</b>

---

2.1	Die Kanonische Zustandssumme und die Maxwell-Boltzmann-Statistik . . . . .	35
2.2	Entropie, freie Energie und Druck . . . . .	40
2.3	Energiefluktuation und die Methode des maximalen Terms . . . . .	44
2.4	Zustandssummen unabhängiger Teilchen und die Grenzen der MB-Statistik	47
2.5	Ideale Gase und Berechnung ihrer thermodynamischen Zustandsgrößen . . . . .	50
2.5.1	Die molekulare Translationszustandssumme . . . . .	52
2.5.2	Die molekulare Schwingungszustandssumme 2- und mehratomiger Moleküle . . . . .	53
2.5.3	Die molekulare Rotationszustandssumme linearer Moleküle . . . . .	55
2.5.4	Molekulare Rotationszustandssumme mehratomiger nichtlineare Moleküle . . . . .	57
2.5.5	Die elektronische Zustandssumme . . . . .	61
2.5.6	Die thermische Zustandsgleichung, innere Energie, Molwärme und Entropie mehratomiger idealer Gase . . . . .	61
2.5.7	Die thermische Wellenlänge. Übergang von der MB-Statistik zur Quantenstatistik. . . . .	68
2.6	Der Boltzmann'sche Verteilungssatz für unabhängige Teilchen . . . . .	70
2.7	Die Maxwell-Boltzmann'sche Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	73
2.8	Anharmonische Schwingungen und Rotations-Schwingungskopplung .	78
2.9	Die Koppelung von Kernspin und Molekülrotation . . . . .	82
2.10	Der atomare Festkörper als Riesenmolekül . . . . .	93
2.10.1	Die Näherung nach Einstein . . . . .	93
2.10.2	Die verbesserte Näherung nach Debye . . . . .	96
2.10.3	Theorie des eindimensionalen harmonischen Festkörpers . . . . .	104
2.11	Exkurs zu Kapitel 2 . . . . .	110
2.11.1	Alternative Methode zur Ermittlung von $\beta(T) = 1/k_B T$ . . . . .	110
2.11.2	Statistischer Nachweis der Additivität von Entropien . . . . .	111
2.11.3	Elektronischer Anteil der Molwärme am Beispiel von NO . . . . .	112
2.11.4	Elektronische Molwärme von O-Atomen in der Exosphäre . . . . .	113
2.11.5	Maximale Besetzungswahrscheinlichkeit der molekularen Rotation . . . . .	114
2.11.6	Molare Entropie des flüssigen Quecksilbers . . . . .	115
2.11.7	Adiabatisch-reversible Expansion von $\text{SO}_2$ . . . . .	116
2.11.8	Temperatur eines interstellaren Gasnebels . . . . .	117
2.11.9	Methode des maximalen Terms zur Berechnung der Zustandssumme von $N$ harmonischen Oszillatoren . . . . .	120
2.11.10	Zur Integralnäherung der Berechnung von $q_{\text{rot}}$ für homonukleare zweiatomige Moleküle – Ursprung der Symmetrienzahl 2 . . . . .	121
2.11.11	Berechnung von Rotationstemperaturen aus Massen und Atomabständen der Moleküle $\text{C}_2\text{N}_2$ , $^{11}\text{BF}_3$ , $\text{H}_2\text{CO}$ , Fulleren und cis- sowie trans-1,2-Difluorethylen . . . . .	122
2.11.12	Warum spielt die Rotation um die Bindungssachse linearer Moleküle für die Rotationszustandssumme keine Rolle? . . . . .	125
2.11.13	Bestimmung einer unbekannten Schwingungstemperatur von $\text{SF}_6$ aus Messung der Molwärme . . . . .	126

---

2.11.14	Testbeispiele für die Gültigkeitsgrenzen der MB-Statistik . . . . .	127
2.11.15	Ableitung des idealen Gasgesetzes aus der MB-Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	128
2.11.16	Thermische Dopplerverbreiterung von Spektrallinien – Temperaturmessungen in heißen Flammen . . . . .	130
2.11.17	Dampfdruckmessung mit der Knudsen-Zelle . . . . .	131
2.11.18	Gasverlust einer Raumkapsel . . . . .	132
2.11.19	Temperatur-, Druck- und Dichteverhältnisse in einer Knudsen-Doppelzelle . . . . .	134
2.11.20	Geschwindigkeitsverteilung im Molekularstrahl . . . . .	134
2.11.21	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten mehrerer unabhängiger Moleküle in demselben Quantenzustand nach der MB-Statistik . . . . .	137
2.11.22	Der Zusammenhang von Einstein'scher und Debye'scher Theorie	138
2.11.23	Ableitung der inneren Energie des Debye'schen Festkörpers . . . . .	140
2.11.24	Alternative Darstellungsform der Molwärme des Debye'schen Festkörpers . . . . .	140
2.11.25	Die Gitterenergie von Diamant . . . . .	141
2.11.26	Nullpunktsenergie linearer Kristalle . . . . .	143
<b>3</b>	<b>Quantenstatistiken quasi-freier Teilchen . . . . .</b>	<b>145</b>
3.1	Energieeigenwerte und Impulse freier Teilchen . . . . .	145
3.2	Statistische Verteilungsfunktionen von Fermionen und Bosonen . . . . .	147
3.3	Zustandsgrößen des FD- und BE-Gases . . . . .	154
3.4	Teilchenzahlschwankungen von Fermionen und Bosonen . . . . .	162
3.5	Einfache Anwendungen der FD-Statistik . . . . .	164
3.5.1	Das entartete ideale Fermigas als Modell für freie Elektronen in Metallen . . . . .	164
3.5.2	Zustandsgrößen des fast entarteten Fermi-Gases . . . . .	167
3.5.3	Flüssiges $^3\text{He}$ als Fermigas . . . . .	171
3.5.4	Schwere Atomkerne als entartetes Fermi-Gas der Nukleonen . . . . .	173
3.5.5	Thermische Elektronenemission aus Metalloberflächen . . . . .	181
3.5.6	Das statistische Atommodell nach Thomas und Fermi . . . . .	183
3.5.7	Das entartete relativistische Fermi-Gas . . . . .	185
3.6	Anwendungen der BE-Statistik . . . . .	189
3.6.1	Das Photonengas und das Planck'sche Strahlungsgesetz. . . . .	189
3.6.2	Theorie der Bose-Einstein-Kondensation . . . . .	197
3.6.3	Bose-Einstein Kondensation in hochverdünnten atomaren Gasen	203
3.7	Exkurs zu Kapitel 3 . . . . .	211
3.7.1	Normierung der Wellenfunktion $\sin(k_x x) \cdot \sin(k_y y) \cdot \sin(k_z z)$ . . . . .	211
3.7.2	Ableitung der thermischen Zustandsgleichung $p(N, V, T)$ idealer Quantengase aus der Teilchenzahldichte . . . . .	211
3.7.3	Energiequanten harmonischer Oszillatoren als Bosonen . . . . .	212
3.7.4	Kompressibilität des entarteten Elektronengases in Metallen . . . . .	213

3.7.5	Lichtabsorption in einem zweidimensionalen Elektronengas am Beispiel des Fulleren-Moleküls . . . . .	213
3.7.6	Dichtefluktuation im Fermi-Gas – Eine alternative Ableitung . .	214
3.7.7	Explizite Darstellung der Entropie eines FD- und BE-Gases . .	215
3.7.8	Höhere Näherungen der Temperaturabhängigkeit von Zustandsgrößen des fast entarteten Fermi-Gases . . . . .	216
3.7.9	Zustandssumme der Translation nach der MB-Statistik im kugelförmigen Hohlraum . . . . .	217
3.7.10	Quantenstatistische Virialkoeffizienten des idealen FD- und BE-Gases . . . . .	218
3.7.11	Instabile Atomkerne: Der $\beta^-$ - und $\beta^+$ -Zerfall . . . . .	220
3.7.12	Die $\alpha$ -Teilchen-Emission als asymmetrische Kernspaltung . . .	222
3.7.13	Heiße Compound-Atomkerne schwerer Elemente . . . . .	223
3.7.14	Kernspaltung oder Kernfusion? Eine Anwendung des Tropfenmodells . . . . .	225
3.7.15	Das Tunnelelektronenmikroskop (STM) . . . . .	227
3.7.16	Konsistenztest für die Herleitung der Bosonenzahl $N_\epsilon$ in angeregten Energieniveaus im Bereich der BE-Kondensation . . . . .	229
<b>4</b>	<b>Reaktionsgleichgewichte in Gasmischungen . . . . .</b>	<b>231</b>
4.1	Mischungsentropie und freie Mischungsenergie . . . . .	231
4.2	Das chemische Potential in gasförmigen Mischungen . . . . .	234
4.3	Das Massenwirkungsgesetz . . . . .	235
4.4	Die Saha'sche Formel . . . . .	243
4.5	Nichtstarre Moleküle in der Gasphase . . . . .	246
4.5.1	Innere Rotation . . . . .	246
4.5.2	Näherung der Konfigurationsgleichgewichte zur Berechnung thermodynamischer Eigenschaften kleiner nichtstarrer Moleküle . . . . .	250
4.5.3	Rotationsisomere Moleküle im Gleichgewicht . . . . .	254
4.6	Exkurs zu Kapitel 4 . . . . .	255
4.6.1	Das Gleichgewicht $N_2 + O_2 \rightleftharpoons 2NO$ . . . . .	255
4.6.2	Elektronische Nullpunktsreaktionsenergie chemischer Reaktionen	257
4.6.3	Berechnung von Standardreaktionsentropien $\Delta_R \bar{S}^0$ für $H_2 + I_2 \rightleftharpoons 2HI$ . . . . .	257
4.6.4	Chemisches Gleichgewicht als Mittelwert des kanonischen Ensembles . . . . .	258
4.6.5	Verteilung von Deuterium in Chlorwasserstoff + Wasserstoff-Gemischen . . . . .	260
4.6.6	Der Einfluss der inneren Rotation auf das Gleichgewicht $C_2H_6 \rightleftharpoons C_2H_4 + H_2$ . . . . .	262
4.6.7	Thermodynamik der Bildung eines Wasserstoffplasmas . . . . .	264
4.6.8	Molwärme dissoziierender Moleküle am Beispiel von $N_2O_4 \rightleftharpoons 2NO_2$ und $I_2 \rightleftharpoons 2I$ . . . . .	266

4.6.9	Die Gleichgewichtsreaktion $\text{CO}_2 \rightleftharpoons \frac{1}{2} \text{O}_2 + \text{CO}$ . Phänomenologische und molekularstatistische Berechnung im Vergleich. . . . .	270
4.6.10	Regenerative Produktion von Wasserstoff durch Wasser-elektrolyse . . . . .	272
4.6.11	„Power to Gas“-Systeme . . . . .	275
4.6.12	Das nukleare Reaktionsgleichgewicht ${}^8\text{Be} \rightleftharpoons 2 {}^4\text{He}$ und die stellare Fusion von ${}^4\text{He}$ zu ${}^{12}\text{C}$ . . . . .	276
<b>5</b>	<b>Das Nernst'sche Wärmetheorem</b> . . . . .	<b>278</b>
5.1	Spektroskopische und kalorimetrische Entropie . . . . .	278
5.2	Statistische Interpretation des Wärmetheorems . . . . .	281
5.3	Beobachtete Nullpunktsentropien . . . . .	283
5.4	Isotopenmischungen . . . . .	284
5.5	Nullpunktsentropien von Kernspinisomeren . . . . .	286
5.6	Exkurs zu Kapitel 5 . . . . .	288
5.6.1	Nullpunktsentropien von NO und $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{Cl}$ . . . . .	288
5.6.2	Nullpunktsentropie von $\text{H}_2\text{O}$ . . . . .	289
5.6.3	Nullpunktsentropien von $\text{N}_2$ , $\text{H}_2\text{C}_2$ , $\text{F}_2$ und ${}^{16}\text{O}_2$ . . . . .	290
5.6.4	Nullpunktsentropien von deuterierten Methan-Molekülen . . . . .	291
5.6.5	Nullpunktsentropien von Defektkristallen . . . . .	292
5.6.6	Dampfdruckberechnung von Metallen bei 298 K . . . . .	292
5.6.7	Korrekturverfahren zur Umrechnung der Entropie realer Gase auf ideale Entropiewerte . . . . .	294
<b>6</b>	<b>Molekularstatistische Methoden in der chemischen und nuklearen Kinetik</b> . . . . .	<b>296</b>
6.1	Elementare Stoßtheorie bimolekularer chemischer Reaktionen in der Gasphase . . . . .	296
6.2	Die mittlere freie Weglänge von Molekülen in Gasen . . . . .	300
6.3	Die Theorie des Übergangszustandes bimolekularer Reaktionen . . . . .	303
6.4	Kinetik thermonuklearer Fusionsreaktionen . . . . .	311
6.5	Elementare Theorie von Transportgrößen in Gasen . . . . .	317
6.5.1	Selbstdiffusion und Diffusion in Mischungen . . . . .	318
6.5.2	Diffusion als statistischer Prozess. Das „Random walk“-Modell .	322
6.5.3	Brown'sche Molekularbewegung und Langevin'sche Gleichung .	327
6.5.4	Wärmeleitung in Gasen . . . . .	331
6.5.5	Viskosität in Gasen . . . . .	333
6.5.6	Elektrische Leitfähigkeit in Gasen. Gasplasma und Plasmafrequenz . . . . .	335
6.6	Exkurs zu Kapitel 6 . . . . .	339
6.6.1	Zahl der molekularen Zusammenstöße in einer $\text{H}_2 + \text{N}_2$ -Gasmischung . . . . .	339
6.6.2	Allgemeiner differentieller Streuquerschnitt und totaler Streuquerschnitt für harte Kugeln . . . . .	340

---

6.6.3	Aktivierungsentropie der Reaktion $\text{Br} + \text{CH}_4 \rightarrow \text{HBr} + \text{CH}_3$ . . . . .	342
6.6.4	Berechnung von $k_{\text{TST}}$ für die Reaktion $\text{F} + \text{H}_2 \rightarrow \text{HF} + \text{H}$ . . . . .	342
6.6.5	Stoßzeit von H-Atomen im interstellaren Raum . . . . .	344
6.6.6	Verdampfungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit . . . . .	345
6.6.7	Stoßverbreiterung von Spektrallinien . . . . .	346
6.6.8	Der Wärmeleitungsdetektor in der Gaschromatographie . . . . .	347
6.6.9	Das Pirani-Manometer . . . . .	349
6.6.10	Laminarer Gasfluss durch dünne Röhren. Kapillarviskosimetrie .	350
6.6.11	Wärmeentwicklung einfallender Meteore in der Erdatmosphäre .	352
6.6.12	Argon Plasma und Plasmafrequenz . . . . .	355
6.6.13	Der Gamow-Peak der thermonuklearen Reaktion $^{12}\text{C} + ^1\text{H} \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$ . . . . .	356
6.6.14	Kernfusionsreaktoren als Energiequelle der Zukunft? . . . . .	357
<b>7</b>	<b>Strahlung und Materie</b> . . . . .	<b>363</b>
7.1	Photonenstrahlung in Wechselwirkung mit Materie . . . . .	363
7.2	Lichtabsorption und Spektroskopie . . . . .	365
7.3	Strahlungsbilanzen und Treibhauseffekt in Planetenatmosphären . . .	367
7.4	Lebenslauf und Schicksal der Sterne . . . . .	371
7.4.1	Ursprung der Sterne und das Jeans-Kriterium . . . . .	373
7.4.2	Das hydrostatische Gleichgewicht und eine einfache Zustandsbeschreibung von Sternen . . . . .	375
7.4.3	Die innere Struktur nichtbrennender Sterne. Die Lane-Emden-Gleichung . . . . .	382
7.4.4	Leuchtkraft und Lebenszeit von Sternen. Nukleares Wasserstoffbrennen. . . . .	389
7.4.5	Weitere Stadien der Sternentwicklung und stellare Nukleosynthesen . . . . .	393
7.4.6	Die Chandrasekhar-Masse und die innere Struktur eines weißen Zergsterns . . . . .	398
7.4.7	Auf dem Weg zum Neutronenstern . . . . .	407
7.4.8	Stationärer Strahlungstransport in Sternatmosphären . . . . .	413
7.5	Schwarze Löcher . . . . .	420
7.5.1	Entstehung und Wärmestrahlung schwarzer Löcher . . . . .	420
7.5.2	Entropie und Lebenslauf schwarzer Löcher . . . . .	424
7.5.3	Das Ende von schwarzen Löchern . . . . .	428
7.5.4	Quasare . . . . .	431
7.6	Kosmologie des frühen Universums . . . . .	435
7.6.1	Gleichgewicht von Photonen mit Materie und Antimaterie . . . .	436
7.6.2	Protonen, Neutronen, Myonen, Elektronen, Neutrinos und ihre Antiteilchen . . . . .	438
7.6.3	Schwellentemperaturen und Vernichtung der Antimaterie . . . .	444
7.6.4	Die thermische Entwicklung des Universums . . . . .	445

---

7.6.5	Die zeitliche Entwicklung des Kosmos. Die Friedmann-Lemaitre-Gleichung und das Lambda-CDM-Weltmodell (Standardmodell)	453
7.6.6	Primordiale Nukleosynthese aus Protonen und Neutronen . . . . .	463
7.7	Exkurs zu Kapitel 7 . . . . .	468
7.7.1	Die Wellenlänge der maximalen Lichtintensität eines thermischen Strahlers – Der Wien’sche Verschiebungssatz . . . . .	468
7.7.2	Lichtdruck und Plasmadruck im Zentrum der Sonne . . . . .	469
7.7.3	Der Kollaps einer Gaswolke als Geburtsvorgang eines Sterns . .	470
7.7.4	Ermittlung von Sterndaten aus dem HR-Diagramm . . . . .	472
7.7.5	Verweildauer von Sternen auf der Hauptreihe des HR-Diagramms . . . . .	474
7.7.6	Analytische Lösungen der Lane-Emden-Gleichung . . . . .	475
7.7.7	Exoplaneten und habitable Zonen . . . . .	477
7.7.8	Radius und Dichte von Sirius B . . . . .	479
7.7.9	Die Oberflächentemperatur der Erde in 5 Milliarden Jahren . .	481
7.7.10	Die Strahlungsintensität von Sonnenneutrinos auf der Erdoberfläche . . . . .	482
7.7.11	Energiedichte und Teilchenzahldichte der Photonen und Nukleonen im heutigen Universum . . . . .	483
7.7.12	„Hawking Strahlung“ contra „kosmische Hintergrundstrahlung“	484
7.7.13	Gezeitenkräfte in der Nähe von schwarzen Löchern . . . . .	485
7.7.14	Warum ist der Nachthimmel dunkel? Das Olbers’sche Paradoxon	487
7.7.15	Strahlungstransport und Wärmeleitfähigkeit von Photonen . . .	489
7.7.16	Braune Zwerge. Verhinderte Sterne ohne Kernfusion . . . . .	491
7.7.17	Obere Massengrenze für stabile Sterne . . . . .	494
7.7.18	Bildung von $H^-$ -Ionen in stellaren Atmosphären . . . . .	496
7.7.19	Der Radiometereffekt in hochverdünnten Gasen. Funktionsweise einer Lichtmühle. . . . .	497
7.7.20	Der negative Druck $p_\Lambda$ der dunklen Energiedichte im kosmologischen Standardmodell . . . . .	500
7.7.21	Analytische Lösung der Friedmann-Lemaitre-Gleichung ohne Strahlungsbeitrag . . . . .	501
7.7.22	Der Übergang vom Strahlungs- zum Materieuniversum . . . . .	502
7.7.23	Die kosmologische Rotverschiebung des Lichtes und die Größe des Weltraums als Sichthorizont . . . . .	503
7.7.24	Dimensionsanalyse von Gl. (7.283) . . . . .	508
7.7.25	Der inflatorische Prozess beim Urknall. Die kritische Dichte des Kosmos und der Sichthorizont. . . . .	508
7.7.26	Entropieproduktion eines strahlenden Sterns . . . . .	510
7.7.27	Berechnung des Integrals $\int_0^\infty x^{l-1} \cdot (1 + e^x)^{-1} \cdot dx$ . . . . .	511
8	<b>Molekulare Gase in äußeren Kraftfeldern</b> . . . . .	513
8.1	Die quasiklassische Zustandssumme . . . . .	513

---

8.2	Dielektrische Materie im elektrischen Feld . . . . .	518
8.3	Orientierungspolarisierbarkeit polarer Gase . . . . .	521
8.4	Temperaturabhängige Dipolmomente . . . . .	527
8.5	Die „Polarisationskatastrophe“ der CMD-Gleichung . . . . .	529
8.6	Dielektrische Polarisation im zeitabhängigen E-Feld . . . . .	531
8.7	Gase im Gravitations- und Zentrifugalfeld . . . . .	536
8.8	Exkurs zu Kapitel 8 . . . . .	540
8.8.1	Die Langevin'sche Funktion . . . . .	540
8.8.2	Dipolmomente und Polarisierbarkeiten von ortho- und m-Dichlorbenzol – Additivitätstest der Bindungsmomente . . . . .	541
8.8.3	Gültigkeitstest der CMD-Gleichung für unpolare Moleküle bei höheren Gasdichten . . . . .	542
8.8.4	Winkelverteilungsfunktion dipolarer Gase im elektrischen Feld .	543
8.8.5	Molpolarisation assoziierender Ameisensäure in der Gasphase .	544
8.8.6	Gravitationspotential und Gasdruck in einer Kaverne unter der Planetenoberfläche . . . . .	547
8.8.7	Instabilität isothermer Planetenatmosphären . . . . .	550
8.8.8	Die adiabatische Planetenatmosphäre. Wolkenbildung . . . . .	551
8.8.9	Druckverteilung in einer Gaszentrifuge . . . . .	554
8.8.10	Uranisotopentrennung mit Gaszentrifugen . . . . .	555
8.8.11	Gase im 3D-parabelförmigen Potentialfeld nach der MB-Statistik	557
<b>9</b>	<b>Molekulare Statistik in Magnetfeldern . . . . .</b>	<b>559</b>
9.1	Paramagnetismus: Kernspin im Magnetfeld . . . . .	559
9.2	Ursprung des atomaren Paramagnetismus . . . . .	564
9.3	Paramagnetische Suszeptibilitäten, Brillouin-Funktion und Curie'sches Gesetz . . . . .	570
9.4	Innere Energie, Entropie und Molwärme paramagnetischer Systeme .	575
9.5	Magnetisches Kühlen als isentroper Prozess. . . . .	579
9.6	Das freie Elektronengas im magnetischen Feld . . . . .	585
9.6.1	Der Pauli'sche Paramagnetismus . . . . .	586
9.6.2	Der Landau'sche Diamagnetismus . . . . .	588
9.6.3	Der Diamagnetismus der Atome im Metallgitter . . . . .	595
9.7	Realer Magnetismus. Übergang zum Ferromagnetismus . . . . .	597
9.7.1	Gittertheorie des Ferromagnetismus in der Molekularfeldnäherung . . . . .	597
9.7.2	Alternative Darstellung der Molekularfeld-Theorie des Ferro- und Antiferromagnetismus . . . . .	608
9.7.3	Eindimensionale Spinketten. Ising-Modell. . . . .	612
9.7.4	Die Transfer-Matrix-Methode zur Behandlung des Ising-Modells	618
9.7.5	Spinwellen und Magnonen . . . . .	620
9.8	Exkurs zu Kapitel 9 . . . . .	628
9.8.1	Berechnung der Population von $^1\text{H}$ -Kernen im Magnetfeld . . .	628
9.8.2	Ableitung einer Näherungsformel für $\coth(y)$ . . . . .	629

---

9.8.3	Grenzfälle der Brillouin'schen Funktion . . . . .	629
9.8.4	Chemische Gleichgewichte mit paramagnetischen Reaktanden .	630
9.8.5	Magnetische Suszeptibilität einer paramagnetischen ionischen Flüssigkeit . . . . .	632
9.8.6	Die Curie'sche Konstante von NO . . . . .	633
9.8.7	Druckabhängigkeit der Curie-Temperatur (Magnetostriktion) .	635
9.8.8	Spin-Cross-Over (SCO) Effekt von $\text{Fe}^{2+}$ -Komplexen . . . . .	636
9.8.9	Magnetismus von flüssigem ${}^3\text{He}$ . . . . .	641
9.8.10	Der Grenzwert der Molwärme eines Ferromagneten bei $T = T_C$ nach dem Gittermodell der Molekularfeldtheorie . . . . .	643
9.8.11	Genauere Begründung und Näherungscharakter der Molekularfeld-Methode . . . . .	643
<b>10 Reale Gase und Flüssigkeiten</b>	. . . . .	<b>645</b>
10.1	Zwischenmolekulare Kräfte . . . . .	645
10.2	Elementare Theorien des flüssigen Zustands . . . . .	649
10.2.1	Die van der Waals-Theorie . . . . .	649
10.2.2	Die eindimensionale Zustandsgleichung harter Kugeln (Stäbe) .	656
10.2.3	Die Carnahan-Starling Zustandsgleichung mit attraktivem Wechselwirkungsterm . . . . .	657
10.2.4	Eine Löchertheorie des fluiden Zustandes . . . . .	660
10.2.5	Das freie Volumen von Flüssigkeiten . . . . .	662
10.3	Korrekte Behandlung realer Gase bei niedrigen Dichten . . . . .	665
10.4	Der zweite Virialkoeffizient in realen Gasmischungen . . . . .	674
10.5	Reaktionsgleichgewichte in der realen Gasphase . . . . .	676
10.6	Dichte flüssige Mischungen und Phasengleichgewichte . . . . .	679
10.6.1	Äquivalenz von v. d. Waals-Theorie und Flory-Huggins-Theorie	679
10.6.2	Dampf-Flüssig- und Flüssig-Flüssig-Phasengleichgewichte . .	684
10.6.3	Osmotische Druckgleichgewichte . . . . .	690
10.7	Korrespondierende Zustände und der kritische Punkt . . . . .	693
10.8	Exkurs zu Kapitel 10 . . . . .	696
10.8.1	Enthalpie realer Gase mit Kastenpotential . . . . .	696
10.8.2	Übergang vom Lennard-Jones (n,6) zum Sutherland-Potential .	697
10.8.3	Variablentransformation der Koordinaten wechselwirkender Moleküle unterschiedlicher Masse . . . . .	698
10.8.4	Der zweite Virialkoeffizient nach dem Sutherlandpotential . .	699
10.8.5	Alternative Darstellungsform des zweiten Virialkoeffizienten .	700
10.8.6	Vergleich von zwischenmolekularen Kräften mit der Gravitationskraft . . . . .	701
10.8.7	Größenabschätzung von Chlorfluormethan-Molekülen mit Hilfe der v. d. Waals-Gleichung . . . . .	702
10.8.8	Adiabatisch reversible Expansion realer Gase: Beispiel $\text{SO}_2$ . .	703
10.8.9	Lässt sich aus Daten des kritischen Punktes die Dichte einer kondensierten Flüssigkeit berechnen? . . . . .	703

---

10.8.10	Berechnung von Mischungsvolumina realer Gasmischungen aus Parametern des zwischenmolekularen Potentials . . . . .	705
10.8.11	Flüssige Mischungen von $N_2 + CH_4$ auf dem Saturnmond Titan .	707
10.8.12	Dampfdruck eines Weichmachers . . . . .	708
10.8.13	Azeotropie flüssiger Mischungen . . . . .	709
10.8.14	Berechnung der Gleichgewichtskurve der flüssigen Mischungslücke symmetrischer molekularer Mischungen . . . . .	710
10.8.15	Mischungsverhalten von 2 flüssigen Polymeren . . . . .	712
10.8.16	Eutektische Mischungen . . . . .	713
10.8.17	Schmelzdiagramme von mischbaren und partiell mischbaren festen Kristallen . . . . .	715
10.8.18	Molekularstatistische Deutung des Prinzips der korrespondierenden Zustände . . . . .	718
<b>11 Anhang</b>	. . . . .	<b>720</b>
11.1	Ableitung der Stirling'schen Formel . . . . .	720
11.2	Die Gamma-Funktion und weitere wichtige Integrale . . . . .	723
11.3	Formeln für Potenzsummen ganzer Zahlen und geometrische Reihen .	727
11.4	Die Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren . . . . .	730
11.5	Vektoren . . . . .	732
11.6	Grundlagen der linearen Algebra . . . . .	735
11.7	Variablentransformation in Mehrfachintegralen . . . . .	753
11.8	Normalschwingungen von Molekülen . . . . .	756
11.9	Berechnung der Trägheitsmomente von Molekülen . . . . .	761
11.10	Zur Theorie zwischenmolekularer Kräfte . . . . .	771
11.11	Die Schrödinger-Gleichung des 2-Teilchen-Systems . . . . .	782
11.12	Das Pauli'sche Antisymmetriegesetz . . . . .	802
11.13	Ableitung der Clausius-Mosotti-Debye-Gleichung . . . . .	804
11.14	Gauß'scher Satz und Poisson-Gleichung . . . . .	807
11.15	Erweiterung des Ensemblebegriffes - Fluktuationen . . . . .	811
11.16	Das Virial-Theorem . . . . .	815
11.17	Grundbegriffe der allgemeinen Thermodynamik . . . . .	818
11.18	Wichtige mathematische Grundbeziehungen . . . . .	835
11.19	Das relativistische Fermi-Gas . . . . .	838
11.20	Die Gravitationsenergie polytroper Sternmodelle . . . . .	840
11.21	Die Riemann'schen Zeta-Funktionen . . . . .	843
11.22	Austauschintegral und Spinkopplung . . . . .	846
11.23	Fourier-Reihen . . . . .	850
11.24	Hinweise zu weiterführender und ergänzender Literatur . . . . .	853
11.25	Physikalische Konstanten, Umrechnungsfaktoren und Messgrößen . . .	861