

Inhaltsverzeichnis

1	Das Anpacken von Problemen	2
1.1	Betrachten Sie Spezialfälle!	2
1.2	Verallgemeinerungen	9
1.3	Machen Sie sich Notizen!	11
1.4	Rückblick und Vorausschau	23
2	Arbeitsphasen	28
2.1	Die drei Phasen	29
2.2	Die Planungsphase	30
2.3	Die eigentliche Durchführung	40
2.4	Die Rückblick-Phase	41
2.5	Zusammenfassung	49
3	Die Überwindung von Schwierigkeiten	52
3.1	Die Ausgangslage	52
3.2	Zusammenfassung	64
4	Das Aufstellen von Vermutungen	66
4.1	Was versteht man unter dem Aufstellen von Vermutungen?	66
4.2	Vermutungen: das Rückgrat jeder Lösung	70
4.3	Wie kommen Vermutungen zustande?	79
4.4	Das Aufdecken von Gesetzmäßigkeiten	82
4.5	Zusammenfassung	86
5	Erklären und Beweisen	90
5.1	Strukturen	90
5.2	Die Suche nach Strukturen	94
5.3	Wann hat man eine Vermutung bewiesen?	98
5.4	Wie wird man sein innerer Feind?	102
5.5	Zusammenfassung	107

6	Haben Sie immer noch Schwierigkeiten?	110
6.1	Die Reduzierung auf eine präzise Fragestellung und der Prozess intensiven Nachdenkens	111
6.2	Spezialisieren und Verallgemeinern	114
6.3	Stillschweigende Annahmen	116
6.4	Zusammenfassung	119
7	Die Entwicklung eines inneren Ratgebers	122
7.1	Die Aufgaben des inneren Ratgebers	123
7.2	„Schnappschüsse“ von Gefühlszuständen	125
7.3	Arbeitsbeginn	127
7.4	Wie man sich engagiert	128
7.5	Der eigentliche Denkvorgang	130
7.6	Beharrlichkeit	131
7.7	Einsichten	133
7.8	Seien Sie skeptisch	134
7.9	Nachbereitung	136
7.10	Zusammenfassung	136
8	Wie erfindet man Fragen?	140
8.1	Ein Spektrum von Aufgaben	140
8.2	Einige „fragwürdige“ Umstände	143
8.3	Beobachten	147
8.4	Was steht dem Stellen von Fragen im Weg?	149
8.5	Zusammenfassung	151
9	Wie man in die mathematische Denkweise hineinwächst	154
9.1	Wie man seine mathematische Denkweise verbessern kann	155
9.2	Wie provoziert man mathematisches Denken?	158
9.3	Wie man das mathematische Denken fördern kann	159
9.4	Der Nutzen der mathematischen Denkweise	161
9.5	Zusammenfassung	165
10	Stoff zum Nachdenken	168
11	Mathematisch denken nach Lehrplan	208
11.1	Stellenwertsysteme und arithmetische Algorithmen	209
11.2	Primzahlen und Primfaktoren	211
11.3	Brüche und Prozente	215
11.4	Verhältnisse und Raten	218

11.5	Gleichungen	223
11.6	Muster und Algebra	225
11.7	Graphen und Funktionen	229
11.8	Funktionen und Differentialrechnung	233
11.9	Folgen und Iterationen	237
11.10	Vollständige Induktion	241
11.11	Abstrakte Algebra	243
11.12	Umfang, Fläche und Volumen	247
11.13	Geometrische Beweise	250
11.14	Algebraische Beweise	254
12	Fähigkeiten, Themen, Welten und Sichtweisen	260
12.1	Natürliche Fähigkeiten und Prozesse	260
12.2	Mathematische Themen	265
12.3	Welten	267
12.4	Sichtweisen	268
12.5	Zusammenfassung	269
Literaturverzeichnis		271
Aufgabenverzeichnis		273
Stichwortverzeichnis		277