

---

# Inhaltsverzeichnis

## Erster Teil

<b>1 Das System der reellen und komplexen Zahlen sowie ihre Reihen .....</b>	<b>3</b>
1.1 Das Rechnen mit reellen und komplexen Zahlen .....	3
1.2 Konstruktion der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ nach D. Hilbert.....	17
1.3 Überabzählbarkeit und Konvergenzeigenschaften reeller Zahlen .....	30
1.4 Der $n$ -dimensionale Zahlenraum $\mathbb{R}^n$ als topologischer Raum .....	46
1.5 Die komplexen Zahlen $\mathbb{C}$ in der Gaußschen Ebene .....	59
1.6 Reelle und komplexe Folgen und Reihen .....	66
1.7 Absolut konvergente Doppelreihen .....	78
1.8 Aufgaben zum Kap. 1 .....	88
<b>2 Differential- und Integralrechnung in einer Veränderlichen .....</b>	<b>91</b>
2.1 Stetigkeit von Funktionen mehrerer Veränderlicher .....	92
2.2 Gleichmäßige Konvergenz von Funktionen und die $C^0$ -Norm .....	103
2.3 Reelle und komplexe Differenzierbarkeit .....	112
2.4 Riemannsches Integral für stetige Funktionen.....	123
2.5 Integration mittels reeller und komplexer Stammfunktionen .....	128
2.6 Die Taylorsche Formel.....	139
2.7 Krümmungen und Schmiegkreis von Kurven .....	144
2.8 Die Klasse $BV(\mathbb{R})$ der Funktionen beschränkter Variation .....	147
2.9 Das Riemann-Stieltjes-Integral mit $BV(\mathbb{R})$ -Belegungsfunktionen .....	158
2.10 Die Klasse $AC[a, b]$ der absolut stetigen Funktionen .....	171
2.11 Aufgaben zum Kap. 2 .....	175
<b>3 Die elementaren Funktionen als Potenzreihen und Überlagerungsflächen .....</b>	<b>177</b>
3.1 Komplexe Exponentialfunktion und natürliche Logarithmusfunktion ..	177
3.2 Die trigonometrischen Funktionen .....	186
3.3 Die Hyperbelfunktionen.....	197
3.4 Die Arcusfunktionen .....	201

---

3.5	Polarkoordinaten und Überlagerungsflächen . . . . .	205
3.6	Die $n$ -ten Wurzeln und die komplexe Logarithmusfunktion . . . . .	211
3.7	Die allgemeinen Potenzfunktionen . . . . .	218
3.8	Der Fundamentalsatz der Algebra . . . . .	227
3.9	Partialbruchzerlegung gebrochen rationaler Funktionen . . . . .	232
3.10	Aufgaben zum Kap. 3 . . . . .	236
 <b>Zweiter Teil</b>		
<b>4</b>	<b>Partielle Differentiation und differenzierbare Mannigfaltigkeiten im <math>\mathbb{R}^n</math></b> . . . . .	241
4.1	Partielle Ableitungen erster Ordnung und die totale Differenzierbarkeit . . . . .	242
4.2	Partielle Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	252
4.3	Taylorsche Formel im $\mathbb{R}^n$ : Extremwertaufgaben und Eigenwerte . . . . .	257
4.4	Fundamentalsatz über die inverse Abbildung . . . . .	267
4.5	Implizite Funktionen und restriktive Extremwertaufgaben . . . . .	275
4.6	Eingebettete $C^2$ -Mannigfaltigkeiten im $\mathbb{R}^n$ und ihre Orientierung . . . . .	282
4.7	Der Orbitraum $\mathbb{O}(n, m)$ als metrischer Raum und Immersionen im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	293
4.8	Aufgaben und Literaturangaben zum Kap. 4 . . . . .	299
<b>5</b>	<b>Riemannsches Integral im <math>\mathbb{R}^n</math> mit Approximation- und Integralsätzen</b> . . . . .	301
5.1	Integration mittels Standardsubstitutionen . . . . .	302
5.2	Existenz des Riemannschen Integrals . . . . .	306
5.3	Klassen Riemann-integrierbarer Funktionen . . . . .	316
5.4	Integration über Jordan-Bereiche . . . . .	328
5.5	Uneigentliche Riemannsche Integrale im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	336
5.6	Integration mittels Testfunktionen . . . . .	348
5.7	Ergänzung und Approximation stetiger Funktionen . . . . .	360
5.8	Flächeninhalt und Differentialformen . . . . .	364
5.9	Der Stokessche Integralsatz für glatt berandete $C^2$ -Mannigfaltigkeiten . . . . .	376
5.10	Cauchy's Integralformel und die Entwicklung holomorpher Funktionen . . . . .	384
5.11	Der Weierstraßsche Approximationssatz für $C^k$ -Funktionen . . . . .	388
5.12	Aufgaben und Literaturangaben zum Kap. 5 . . . . .	393
<b>6</b>	<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen und Systeme</b> . . . . .	397
6.1	Verschiedene Typen von Differentialgleichungen . . . . .	397
6.2	Exakte Differentialgleichungen . . . . .	399
6.3	Elementar integrierbare Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	405
6.4	Der Existenzsatz von Peano . . . . .	414

---

6.5	Eindeutigkeit und sukzessive Approximation . . . . .	421
6.6	Differenzierbare Abhängigkeit von den Anfangswerten . . . . .	427
6.7	Lineare Differentialgleichungssysteme . . . . .	434
6.8	Differentialgleichungen höherer Ordnung . . . . .	444
6.9	Lineare Differentialgleichungen $m$ -ter Ordnung . . . . .	446
6.10	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	453
6.11	Aufgaben zum Kap. 6 . . . . .	456

## Dritter Teil

<b>7</b>	<b>Eindimensionale Variationsrechnung und Riemannsche Räume . . . . .</b>	<b>461</b>
7.1	Eulersche Gleichungen und Hamiltonsches System . . . . .	462
7.2	Die Caratheodoryschen Ableitungsgleichungen . . . . .	466
7.3	Das Energiefunktional und Geodätische . . . . .	469
7.4	Weierstraß-Felder und Hilbert's invariantes Integral . . . . .	480
7.5	Kovariante Ableitungen und Krümmungen . . . . .	485
7.6	Riemannsche Räume beschränkter Schnittkrümmung . . . . .	493
7.7	Konjugierte Punkte und Sturmscher Vergleichssatz . . . . .	500
7.8	Aufgaben, Ergänzungen und Literaturangaben zum Kap. 7 . . . . .	508
<b>8</b>	<b>Lebesguesche Integrationstheorie mit ihren linearen Funktionalen . . . . .</b>	<b>511</b>
8.1	Das Daniellsche Integral und der Satz von U. Dini . . . . .	512
8.2	Die Fortsetzung des Daniell- zum Lebesgue-Integral . . . . .	516
8.3	Lebesgue-messbare Mengen . . . . .	529
8.4	Nullmengen und allgemeine Konvergenzsätze . . . . .	538
8.5	Vergleich von Riemann- und Lebesgue-Integral . . . . .	544
8.6	Lebesgue-messbare und $p$ -fach integrierbare Funktionen . . . . .	548
8.7	Die Sätze von Fubini und Tonelli . . . . .	559
8.8	Die Banachräume $\mathcal{L}^p(X)$ für $1 \leq p \leq +\infty$ . . . . .	564
8.9	Der Banachsche Fixpunktsatz . . . . .	574
8.10	Beschränkte Funktionale und orthogonale Projektion im Hilbertraum . . . . .	577
8.11	Der Satz von Radon-Nikodym für Daniellsche Integrale . . . . .	585
8.12	Die Differentiation absolut stetiger Funktionen . . . . .	592
8.13	Lebesguesche Integrale auf endlichen Maraumen . . . . .	603
8.14	Der Darstellungssatz von F. Riesz und schwache Konvergenz in $\mathcal{L}^p(X)$ . . . . .	608
8.15	Aufgaben, Ergänzungen und Literaturangaben zum Kap. 8 . . . . .	613
<b>Literatur . . . . .</b>	<b>615</b>	
<b>Stichwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>617</b>	