
Inhaltsverzeichnis

Erster Teil

1	Das System der reellen und komplexen Zahlen sowie ihre Reihen	3
1.1	Das Rechnen mit reellen und komplexen Zahlen	3
1.2	Konstruktion der reellen Zahlen \mathbb{R} nach D. Hilbert	17
1.3	Überabzählbarkeit und Konvergenzeigenschaften reeller Zahlen	30
1.4	Der n -dimensionale Zahlenraum \mathbb{R}^n als topologischer Raum	46
1.5	Die komplexen Zahlen \mathbb{C} in der Gaußschen Ebene	59
1.6	Reelle und komplexe Folgen und Reihen	66
1.7	Absolut konvergente Doppelreihen	78
1.8	Aufgaben zum Kap. 1	88
2	Differential- und Integralrechnung in einer Veränderlichen	91
2.1	Stetigkeit von Funktionen mehrerer Veränderlicher	92
2.2	Gleichmäßige Konvergenz von Funktionen und die C^0 -Norm	103
2.3	Reelle und komplexe Differenzierbarkeit	112
2.4	Riemannsches Integral für stetige Funktionen	123
2.5	Integration mittels reeller und komplexer Stammfunktionen	128
2.6	Die Taylorsche Formel	139
2.7	Krümmungen und Schmiegkreis von Kurven	144
2.8	Die Klasse $BV(\mathbb{R})$ der Funktionen beschränkter Variation	147
2.9	Das Riemann-Stieltjes-Integral mit $BV(\mathbb{R})$ -Belegungsfunktionen	158
2.10	Die Klasse $AC[a, b]$ der absolut stetigen Funktionen	171
2.11	Aufgaben zum Kap. 2	175
3	Die elementaren Funktionen als Potenzreihen und Überlagerungsflächen	177
3.1	Komplexe Exponentialfunktion und natürliche Logarithmusfunktion	177
3.2	Die trigonometrischen Funktionen	186
3.3	Die Hyperbelfunktionen	197
3.4	Die Arcusfunktionen	201

3.5	Polarkoordinaten und Überlagerungsflächen	205
3.6	Die n -ten Wurzeln und die komplexe Logarithmusfunktion	211
3.7	Die allgemeinen Potenzfunktionen	218
3.8	Der Fundamentalsatz der Algebra	227
3.9	Partialbruchzerlegung gebrochen rationaler Funktionen	232
3.10	Aufgaben zum Kap. 3	236

Zweiter Teil

4 Partielle Differentiation und differenzierbare

Mannigfaltigkeiten im \mathbb{R}^n	241
4.1 Partielle Ableitungen erster Ordnung und die totale Differenzierbarkeit	242
4.2 Partielle Ableitungen höherer Ordnung	252
4.3 Taylorsche Formel im \mathbb{R}^n : Extremwertaufgaben und Eigenwerte	257
4.4 Fundamentalsatz über die inverse Abbildung	267
4.5 Implizite Funktionen und restringierte Extremwertaufgaben	275
4.6 Eingebettete C^2 -Mannigfaltigkeiten im \mathbb{R}^n und ihre Orientierung	282
4.7 Der Orbitraum $\mathcal{O}(n, m)$ als metrischer Raum und Immersionen im \mathbb{R}^n	293
4.8 Aufgaben und Literaturangaben zum Kap. 4	299

5 Riemannsches Integral im \mathbb{R}^n mit Approximations- und Integralsätzen

5.1 Integration mittels Standardsubstitutionen	302
5.2 Existenz des Riemannsches Integrals	306
5.3 Klassen Riemann-integrierbarer Funktionen	316
5.4 Integration über Jordan-Bereiche	328
5.5 Uneigentliche Riemannsche Integrale im \mathbb{R}^n	336
5.6 Integration mittels Testfunktionen	348
5.7 Ergänzung und Approximation stetiger Funktionen	360
5.8 Flächeninhalt und Differentialformen	364
5.9 Der Stokessche Integralsatz für glatt berandete C^2 -Mannigfaltigkeiten	376
5.10 Cauchy's Integralformel und die Entwicklung holomorpher Funktionen	384
5.11 Der Weierstraßsche Approximationssatz für C^k -Funktionen	388
5.12 Aufgaben und Literaturangaben zum Kap. 5	393

6 Gewöhnliche Differentialgleichungen und Systeme

6.1 Verschiedene Typen von Differentialgleichungen	397
6.2 Exakte Differentialgleichungen	399
6.3 Elementar integrierbare Differentialgleichungen erster Ordnung	405
6.4 Der Existenzsatz von Peano	414

6.5	Eindeutigkeit und sukzessive Approximation	421
6.6	Differenzierbare Abhängigkeit von den Anfangswerten	427
6.7	Lineare Differentialgleichungssysteme	434
6.8	Differentialgleichungen höherer Ordnung	444
6.9	Lineare Differentialgleichungen m -ter Ordnung	446
6.10	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	453
6.11	Aufgaben zum Kap. 6	456

Dritter Teil

7	Eindimensionale Variationsrechnung und Riemannsche Räume.	461
7.1	Eulersche Gleichungen und Hamiltonsches System	462
7.2	Die Carathéodoryschen Ableitungsgleichungen	466
7.3	Das Energiefunktional und Geodätische	469
7.4	Weierstraß-Felder und Hilbert's invariantes Integral	480
7.5	Kovariante Ableitungen und Krümmungen	485
7.6	Riemannsche Räume beschränkter Schnittkrümmung	493
7.7	Konjugierte Punkte und Sturmscher Vergleichssatz	500
7.8	Aufgaben, Ergänzungen und Literaturangaben zum Kap. 7	508
8	Lebesguesche Integrationstheorie mit ihren linearen Funktionalen	511
8.1	Das Daniellsche Integral und der Satz von U. Dini	512
8.2	Die Fortsetzung des Daniell- zum Lebesgue-Integral	516
8.3	Lebesgue-messbare Mengen	529
8.4	Nullmengen und allgemeine Konvergenzsätze	538
8.5	Vergleich von Riemann- und Lebesgue-Integral	544
8.6	Lebesgue-messbare und p -fach integrable Funktionen	548
8.7	Die Sätze von Fubini und Tonelli.	559
8.8	Die Banachräume $\mathcal{L}^p(X)$ für $1 \leq p \leq +\infty$	564
8.9	Der Banachsche Fixpunktsatz	574
8.10	Beschränkte Funktionele und orthogonale Projektion im Hilbertraum	577
8.11	Der Satz von Radon-Nikodym für Daniellsche Integrale	585
8.12	Die Differentiation absolut stetiger Funktionen.	592
8.13	Lebesguesche Integrale auf endlichen Maßräumen.	603
8.14	Der Darstellungssatz von F. Riesz und schwache Konvergenz in $\mathcal{L}^p(X)$	608
8.15	Aufgaben, Ergänzungen und Literaturangaben zum Kap. 8	613
	Literatur.	615
	Stichwortverzeichnis.	617