
Inhaltsverzeichnis

1	Quantifizierung und Bewertung von Risiken	1
1.1	Verteilungen	1
1.1.1	Zufallsvariablen	2
1.1.2	Die Pseudoinverse	3
1.1.3	Multivariate Verteilungen	5
1.1.4	Unabhängigkeit	6
1.1.5	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	7
1.1.6	Elementare Schätzer	7
1.2	Risikomessung	8
1.2.1	Value at Risk und Expected Shortfall	9
1.2.2	Berechnung	12
1.3	Abhängigkeitsstrukturen und Copulas	14
1.3.1	Korrelation	14
1.3.2	Copulas – Definition und Eigenschaften	15
1.3.3	Beispiele und Konstruktionsmethoden	19
1.3.4	Abhängigkeitsmaße	24
	Literatur	27
2	Deskriptive Statistik und explorative Datenanalyse	29
2.1	Grundlagen	29
2.1.1	Grundaufgaben der Statistik	30
2.1.2	Grundgesamtheiten und Stichproben	32
2.1.3	Merkmale und Skalenniveaus	36
2.2	Häufigkeitsverteilungen	37
2.2.1	Histogramm	40
2.2.2	Empirische Verteilungsfunktion	46
2.2.3	Empirische Quantile	48
2.2.4	Kontingenztafeln	53

2.3	Lage- und Streuungsmaße	56
2.3.1	Lagemaße einer Stichprobe	56
2.3.2	Streuungsmaße einer Stichprobe	60
2.4	Grafische und explorative Methoden	62
2.4.1	Streudiagramm	63
2.4.2	Box-Whisker-Plot.	63
2.4.3	Mosaik-Plot	67
2.4.4	Quantile-Quantile-Plot.	68
2.4.5	Kerndichteschätzer.	77
2.5	Assoziationsmaße.	79
2.5.1	Korrelationskoeffizienten.	79
2.5.2	Empirischer χ^2 -Koeffizient und Kontingenzkoeffizienten.	88
2.6	Daten	91
2.6.1	Datentypen und Datenstrukturen	92
2.6.2	Kodierung nominaler Merkmale	94
2.6.3	Extreme Werte, Ausreißer und falsche Werte.	98
2.6.4	Fehlende Werte.	100
	Literatur.	104
3	Punktschätzung	105
3.1	Maximum Likelihood Schätzer	109
3.2	Qualität von Schätzern.	113
3.2.1	Grundbegriffe.	113
3.2.2	Reguläre Verteilungen und Fisher-Information	114
3.2.3	Beste Schätzer	117
3.3	Exponentialfamilien	118
3.3.1	Grundlegende Eigenschaften	118
3.3.2	Regularität und Schätzer in Exponentialfamilien.	123
3.4	Eigenschaften von ML-Schätzern	125
3.4.1	Konsistenz	125
3.4.2	Asymptotische Verteilung	127
3.5	Parametertransformation	130
3.6	Konfidenzintervalle	133
3.6.1	Der einparametrische Fall	133
3.6.2	Univariate Konfidenzintervalle für mehrere Parameter	136
3.7	Bootstrap	137
3.7.1	Klassisches Bootstrap.	137
3.7.2	Einfache lineare Regression und Bootstrap	139
3.7.3	Weiterführende Themen.	141
	Literatur.	142

4	Hypothesentests	143
4.1	Grundbegriffe der Testtheorie	143
4.1.1	p -Werte	144
4.1.2	Gütefunktion, Teststärke	145
4.1.3	Hypothesentests bei Normalverteilungsannahme	147
4.1.4	χ^2 Anpassungstest	149
4.1.5	χ^2 -Unabhängigkeitstest	149
4.2	Stichprobenumfänge für klassische Testverfahren	151
4.2.1	Gauß-Test, zweiseitig	151
4.2.2	Gauß-Test, einseitig	152
4.2.3	t -Test	153
4.3	Der Likelihood Quotienten Test	154
4.3.1	Der Test	155
4.3.2	Konfidenzbereiche	162
4.4	Verteilungsunabhängige Tests	163
4.4.1	Der exakte Binomialtest	164
4.4.2	Der Vorzeichentest	165
4.4.3	Der Vorzeichen-Rang-Test	168
	Literatur	170
5	Lineare und verallgemeinerte lineare Regression	171
5.1	Einführung	171
5.1.1	Regressionsanalyse in der Versicherungsmathematik	171
5.1.2	Grundlegende Konzepte der Regressionsanalyse	174
5.2	Design von linearen und verallgemeinerten linearen Modellen	176
5.2.1	Komponenten des Modelldesigns	176
5.2.2	Konstruktion der Designmatrix	177
5.3	Parameterschätzung in linearen Modellen	182
5.3.1	Das klassische lineare Modell	182
5.3.2	Das klassische lineare Modell mit Gewichten	186
5.4	Verallgemeinerte lineare Modelle	191
5.4.1	Kritik des klassischen linearen Modells	191
5.4.2	Verallgemeinerte lineare Modelle	192
5.5	Anpassung verallgemeinerter linearer Modelle	198
5.5.1	Explorative Analyse von Link und Varianzfunktion	198
5.5.2	Maximum-Likelihood-Schätzung	200
5.6	Weiterführende Themen	203
5.6.1	Analyse der Residuen und der Dispersion	203
5.6.2	Testverfahren für verallgemeinerte lineare Modelle	205
5.6.3	Generalisierte additive Modelle (GAM)	208
5.7	Ausblick zu Machine Learning	209
	Literatur	211

6	Stochastische Prozesse und Modelle	213
6.1	Einführung	213
6.2	Endliche Markov-Ketten	214
6.2.1	Endliche homogene Markov-Ketten	217
6.2.2	Langzeitverhalten endlicher homogener Markov-Ketten	219
6.3	Endliche Markov-Prozesse	221
6.3.1	Endliche homogene Markov-Prozesse	221
6.3.2	Langzeitverhalten endlicher homogener Markov-Prozesse	228
6.4	Allgemeine Markov-Prozesse	231
6.4.1	Homogene Markov-Prozesse	231
6.4.2	Das kollektive Modell der Risikotheorie	238
6.4.3	Ruinwahrscheinlichkeit in homogenen Markov-Prozessen	242
6.5	Weiterführende Themen: Stationäre Prozesse	248
	Literatur	251
7	Stochastische Differenzialrechnung	253
7.1	Der Wiener-Prozess	253
7.2	Itô-Prozesse und das Itô-Integral	258
7.3	Die Itô-Formel	264
7.4	Stochastische Differenzialgleichungen	268
7.5	Simulationsmethoden für stochastische Differenzialgleichungen	272
	Literatur	277
8	Zeitreihenanalyse	279
8.1	Grundmodell der Zeitreihenanalyse	279
8.1.1	Ziele der Zeitreihenanalyse	281
8.1.2	Grundmodell mit Trendkomponente	281
8.1.3	Erweitertes Grundmodell mit Trend- und Saisonkomponente	282
8.1.4	Bestimmung der Komponenten des Grundmodells	283
8.2	Zeitreihen als stochastische Prozesse	290
8.2.1	Momente einer Zeitreihe	292
8.2.2	Schätzung der Autokorrelationsfunktion	292
8.2.3	Partielle Autokorrelationsfunktion	293
8.3	Stationäre Zeitreihenmodelle	294
8.3.1	Autoregressive Modelle	295
8.3.2	Moving average Prozesse	298
8.3.3	ARMA-Prozesse	299
8.4	ARIMA und SARIMA Modelle für nichtstationäre Zeitreihen	299
8.5	Modellbestimmung und Prognose	300
8.5.1	Modellbestimmung ARIMA	300
8.5.2	Prognose	301

8.6	Weiterführende Themen	303
8.6.1	Heteroskedastische Modelle	304
8.6.2	Zeitreihen mit Kovariablen	305
8.6.3	Nichtstationäre Zeitreihen und Zustandsraummodelle	305
8.6.4	Bivariate Zeitreihen	306
8.6.5	Modelle für longitudinale Daten	306
	Literatur	307
9	Biometrie	309
9.1	Einführung	309
9.2	Arten von Sterbetafeln	312
9.3	Lebensdauermodelle	314
9.3.1	Grundlagen	314
9.3.2	Schätzverfahren	317
9.3.3	Regressionsmodelle	321
9.3.4	Transformationsmodelle	321
9.4	Methoden zur Ermittlung roher Sterbewahrscheinlichkeiten	322
9.4.1	Geburtsjahrmethode	325
9.4.2	Sterbejahrmethode	325
9.4.3	Sterbeziffernverfahren	328
9.4.4	Verweildauermethode	329
9.4.5	Vergleich der Methoden	329
9.5	Ausgleichsverfahren	334
9.5.1	Allgemeiner Aufbau eines Ausgleichsverfahrens	335
9.5.2	Mechanische Ausgleichung	336
9.5.3	Das Verfahren von Whittaker-Henderson	339
9.5.4	Die analytische Ausgleichung	342
9.5.5	Das Verfahren der kleinsten Quadrate	343
9.5.6	Das Verfahren der Spline-Funktionen nach Reinsch	345
9.5.7	Fazit	349
9.6	Berücksichtigung von Veränderungen im Zeitablauf mit Hilfe von Trendfunktionen	351
9.6.1	Allgemeines zu Trendfunktionen	351
9.6.2	Traditionelles Modell	352
9.6.3	Kohortenmodell	355
9.6.4	Synthesemodell	356
9.6.5	Das Lee-Carter-Modell	356
9.7	Statistische Tests zur Überprüfung der biometrischen Rechnungsgrundlagen	359
9.7.1	Der Vorzeichentest	363
9.7.2	Der Iterationstest	364
9.7.3	Der χ^2 -Test	366

9.8	Berücksichtigung von Risiken	367
9.8.1	Risiken und deren Berücksichtigung bei Sterbetafeln	367
9.8.2	Das Änderungsrisiko	368
9.8.3	Irrtumsrisiko	369
9.8.4	Berücksichtigung des Zufallsrisikos bei den Ausscheidewahrscheinlichkeiten	371
9.8.5	Berücksichtigung des Zufallsrisikos auf Bewertungsebene.	373
9.8.6	Eine Kombination der beiden Methoden	376
	Literatur.	377
10	Credibility-Modelle.	379
10.1	Einführung	379
10.2	Das Bayes'sche Modell	381
10.2.1	A-priori- und a-posteriori-Verteilung.	382
10.2.2	Die Credibility-Prämie.	387
10.3	Linearisierte Credibility-Modelle.	392
10.3.1	Die linearisierte Credibility-Prämie.	392
10.3.2	Das Bühlmann-Straub-Modell	396
	Literatur.	404
11	Simulation	405
11.1	Zufallszahlen	406
11.1.1	Lineare Kongruenzen	407
11.1.2	Weitere Methoden	407
11.1.3	Anpassungsgüte	407
11.2	Die Inversionsmethode.	408
11.2.1	Anwendung auf stetige Zufallsvariablen	408
11.2.2	Anwendung auf diskrete Zufallsvariablen	409
11.3	Das Verwerfungsverfahren.	410
11.4	Spezielle Transformationsverfahren bei diskreten Verteilungen	413
11.4.1	Binomial- und Negativbinomial-Verteilung.	414
11.4.2	Poisson-Verteilung	414
11.4.3	Approximative Verfahren für die Poisson-Verteilung	415
11.5	Transformationsverfahren bei stetigen Verteilungen	417
11.5.1	Normalverteilung	417
11.5.2	Beta-Verteilung, kleine Parameter	419
11.5.3	Gamma-Verteilung	420
11.5.4	Beta-Verteilung, große Parameter	421
11.5.5	Multivariate-Normalverteilung	422
11.6	Simulation von Copulas	429
	Literatur.	429
	Anhang.	431
	Stichwortverzeichnis.	449