

Inhaltsverzeichnis

Teil I Mathematische Grundlagen

1 Aussagenlogik	
1.1 Aussagen	1
1.2 Junktoren	1
1.3 Tautologien und Kontradiktionen	1
1.4 Aussageformen	1
1.5 Quantoren	1
2 Mengenlehre	
2.1 Mengen und Elemente	2
2.2 Mengenoperationen	2
2.3 Mengenalgebra	2
2.4 Mächtigkeit von Mengen	2
2.5 Partitionen	2
3 Zahlenbereiche und vollständige Induktion	
3.1 Zahlenbereich \mathbb{R}	3
3.2 Zahlenbereiche $\mathbb{N}, \mathbb{N}_0, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ und \mathbb{I}	3
3.3 Vollständige Induktion	3
3.4 Zahlenbereich \mathbb{C}	3
4 Gleichungen und Ungleichungen	
4.1 Gleichungen	4
4.2 Algebraische Gleichungen	4
4.3 Quadratische Gleichungen	4
4.4 Ungleichungen	4
5 Kartesische Produkte, Relationen und Abbildungen	
5.1 Kartesische Produkte	5
5.2 Relationen	5
5.3 Abbildungen	5
5.4 Injektivität, Surjektivität und Bijektivität	5
5.5 Komposition von Abbildungen	5
5.6 Umkehrabbildungen	5

Teil II	
1 Lineare Algebra	49
3 6 Euklidischer Raum \mathbb{R}^n und Vektoren	51
3.1 Euklidischer Raum \mathbb{R}^n	51
3.2 Euklidisches Skalarprodukt und euklidische Norm	53
3.3 Orthogonalität und Winkel	55
3.4 Linearkombinationen und konvexe Mengen	57
3.5 Lineare Unterräume und Erzeugendensysteme	59
3.6 Lineare Unabhängigkeit	59
3.7 Basis und Dimension	63
7 Lineare Abbildungen und Matrizen	66
7.1 Lineare Abbildungen	66
7.2 Matrizen	68
7.3 Spezielle Matrizen	70
7.4 Zusammenhang zwischen linearen Abbildungen, Matrizen und linearen Gleichungssystemen	71
7.5 Matrizenalgebra	73
7.6 Rang	77
7.7 Inverse Matrizen	79
7.8 Symmetrische und orthogonale Matrizen	82
7.9 Spur und Determinante	84
8 Lineare Gleichungssysteme und Gauß-Algorithmus	90
8.1 Eigenschaften linearer Gleichungssysteme	90
8.2 Elementare Zeilenumformungen und Zeilenstufenform	92
8.3 Gauß-Algorithmus	93
8.4 Matrizengleichungen	95
8.5 Bestimmung der Inversen mittels Gauß-Algorithmus	97
8.6 Bestimmung des Rangs mittels Gauß-Algorithmus	98

9 Eigenwerttheorie und Quadratische Formen	99	13.4 Exponential- und Logarithmusfunktion	166
9.1 Eigenwerte und Eigenvektoren	99	13.5 Allgemeine Exponential- und Logarithmusfunktion	168
9.2 Ähnliche Matrizen	103	13.6 Trigonometrische Funktionen	171
9.3 Diagonalisierbarkeit	104		
9.4 Quadratische Formen	106		
9.5 Definitheitseigenschaften	108		
Teil III Folgen und Reihen	113	14 Stetige Funktionen	175
		14.1 Stetigkeit	175
		14.2 Einseitige Stetigkeit	176
		14.3 Eigenschaften stetiger Funktionen	178
		14.4 Satz vom Minimum und Maximum	179
		14.5 Nullstellensatz und Zwischenwertsatz	180
10 Folgen	115	Teil V Differentialrechnung und Integralrechnung in \mathbb{R}	183
10.1 Folgenbegriff	115		
10.2 Arithmetische und geometrische Folgen	116		
10.3 Beschränkte und monotone Folgen	117		
10.4 Konvergente und divergente Folgen	119		
10.5 Häufungspunkte und Teilstufen	120		
10.6 Cauchy-Folgen	123		
10.7 Rechenregeln für konvergente Folgen	124		
11 Reihen	127	15 Differenzierbare Funktionen	185
11.1 Reihenbegriff	127	15.1 Tangentenproblem	185
11.2 Konvergente und divergente Reihen	127	15.2 Differenzierbarkeit	185
11.3 Arithmetische und geometrische Reihen	129	15.3 Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	188
11.4 Konvergenzkriterien	130	15.4 Differenzierbarkeit elementarer Funktionen	190
11.5 Rechenregeln für konvergente Reihen	134	15.5 Ableitungen höherer Ordnung	192
11.6 Absolute Konvergenz	136	15.6 Mittelwertsatz der Differentialrechnung	194
11.7 Kriterien für absolute Konvergenz	137	15.7 Regeln von L'Hôpital	198
Teil IV Reelle Funktionen	141	15.8 Änderungsraten und Elastizitäten	201
12 Eigenschaften reeller Funktionen	143	16 Taylor-Polynome und Taylor-Reihen	206
12.1 Reelle Funktionen	143	16.1 Taylor-Polynom	206
12.2 Beschränktheit und Monotonie	143	16.2 Taylor-Formel	208
12.3 Konvexität und Konkavität	146	16.3 Taylor-Reihe	209
12.4 Symmetrische und periodische Funktionen	147		
12.5 Infimum und Supremum	149		
12.6 Minimum und Maximum	150		
12.7 c-Stellen und Nullstellen	152		
12.8 Grenzwerte von reellen Funktionen	153		
13 Spezielle reelle Funktionen	160	17 Optimierung und Kurvendiskussion in \mathbb{R}	213
13.1 Polynome	160	17.1 Optimierung und ökonomisches Prinzip	213
13.2 Rationale Funktionen	162	17.2 Notwendige Bedingung für Extrema	213
13.3 Potenzfunktionen	165	17.3 Hinreichende Bedingungen für Extrema	215
		17.4 Notwendige Bedingung für Wendepunkte	220
		17.5 Hinreichende Bedingungen für Wendepunkte	220
		18 Riemann-Integral	223
		18.1 Flächenproblem	223
		18.2 Riemann-Integrierbarkeit	225
		18.3 Eigenschaften von Riemann-Integralen	227
		18.4 Ungleichungen	228
		18.5 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung .	228
		18.6 Berechnung von Riemann-Integralen	232
		18.7 Flächeninhalt zwischen zwei Graphen	239
		18.8 Uneigentliches Riemann-Integral	240

19 Numerische Näherungsverfahren	246	21.3 Totale Differenzierbarkeit	282
19.1 Numerische Lösung von Gleichungen	246	21.4 Partielle Änderungsraten und partielle	
19.2 Newton-Verfahren	246	Elastizitäten	287
19.3 Sekantenverfahren und vereinfachtes Newton-			
Verfahren	250	22 Riemann-Integral im \mathbb{R}^n	289
		22.1 Riemann-Integrierbarkeit im \mathbb{R}^n	289
Teil VI		22.2 Eigenschaften von mehrfachen Riemann-	
Differential- und Integralrechnung im \mathbb{R}^n	253	Integralen	292
		22.3 Satz von Fubini	292
20 Folgen, Reihen und reellwertige Funktionen			
im \mathbb{R}^n	255	23 Nichtlineare Optimierung im \mathbb{R}^n	296
20.1 Folgen und Reihen	255	23.1 Optimierung ohne Nebenbedingungen	296
20.2 Topologische Grundbegriffe	258	23.2 Optimierung unter	
20.3 Reellwertige Funktionen in n Variablen	261	Gleichheitsnebenbedingungen	304
20.4 Spezielle reellwertige Funktionen in n Variablen . .	263	23.3 Optimierung unter	
20.5 Eigenschaften von reellwertigen Funktionen in		Ungleichheitsnebenbedingungen	314
n Variablen	267	23.4 Optimierung unter Gleichheits- und	
20.6 Grenzwerte von reellwertigen Funktionen in		Ungleichheitsnebenbedingungen	320
n Variablen	269		
20.7 Stetige Funktionen	271	Literatur	325
21 Differentialrechnung im \mathbb{R}^n	274	Quellenverzeichnis der verwendeten Abbildungen	326
21.1 Partielle Differentiation	274		
21.2 Höhere partielle Ableitungen	278	Sachverzeichnis	327