

Inhaltsverzeichnis

Teil I		Teil II	
Mathematische Grundlagen		1	Lineare Algebra 49
1	Aussagenlogik	3	6
1.1	Aussagen	3	6.1 Euklidischer Raum \mathbb{R}^n 51
1.2	Junktoren	3	6.2 Euklidisches Skalarprodukt und euklidische Norm 53
1.3	Tautologien und Kontradiktionen	6	6.3 Orthogonalität und Winkel 55
1.4	Aussageformen	7	6.4 Linearkombinationen und konvexe Mengen 57
1.5	Quantoren	7	6.5 Lineare Unterräume und Erzeugendensysteme . . . 59
2	Mengenlehre	9	6.6 Lineare Unabhängigkeit 59
2.1	Mengen und Elemente	9	6.7 Basis und Dimension 63
2.2	Mengenoperationen	10	
2.3	Mengenalgebra	12	7
2.4	Mächtigkeit von Mengen	15	Lineare Abbildungen und Matrizen 66
2.5	Partitionen	17	7.1 Lineare Abbildungen 66
3	Zahlenbereiche und vollständige Induktion	18	7.2 Matrizen 68
3.1	Zahlenbereich \mathbb{R}	18	7.3 Spezielle Matrizen 70
3.2	Zahlenbereiche $\mathbb{N}, \mathbb{N}_0, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ und \mathbb{I}	19	7.4 Zusammenhang zwischen linearen Abbildungen, Matrizen und linearen Gleichungssystemen 71
3.3	Vollständige Induktion	20	7.5 Matrizenalgebra 73
3.4	Zahlenbereich \mathbb{C}	21	7.6 Rang 77
4	Gleichungen und Ungleichungen	28	7.7 Inverse Matrizen 79
4.1	Gleichungen	28	7.8 Symmetrische und orthogonale Matrizen 82
4.2	Algebraische Gleichungen	29	7.9 Spur und Determinante 84
4.3	Quadratische Gleichungen	30	
4.4	Ungleichungen	31	8
5	Kartesische Produkte, Relationen und Abbildungen	34	Lineare Gleichungssysteme und Gauß-Algorithmus 90
5.1	Kartesische Produkte	34	8.1 Eigenschaften linearer Gleichungssysteme 90
5.2	Relationen	35	8.2 Elementare Zeilenumformungen und Zeilenstufenform 92
5.3	Abbildungen	39	8.3 Gauß-Algorithmus 93
5.4	Injektivität, Surjektivität und Bijektivität	42	8.4 Matrizengleichungen 95
5.5	Komposition von Abbildungen	44	8.5 Bestimmung der Inversen mittels Gauß-Algorithmus 97
5.6	Umkehrabbildungen	46	8.6 Bestimmung des Rangs mittels Gauß-Algorithmus 98

9 Eigenwerttheorie und Quadratische Formen	99	13.4 Exponential- und Logarithmusfunktion	166
9.1 Eigenwerte und Eigenvektoren	99	13.5 Allgemeine Exponential- und Logarithmusfunktion	168
9.2 Ähnliche Matrizen	103	13.6 Trigonometrische Funktionen	171
9.3 Diagonalisierbarkeit	104		
9.4 Quadratische Formen	106	14 Stetige Funktionen	175
9.5 Definitheitseigenschaften	108	14.1 Stetigkeit	175
		14.2 Einseitige Stetigkeit	176
Teil III		14.3 Eigenschaften stetiger Funktionen	178
Folgen und Reihen	113	14.4 Satz vom Minimum und Maximum	179
		14.5 Nullstellensatz und Zwischenwertsatz	180
10 Folgen	115		
10.1 Folgenbegriff	115	Teil V	
10.2 Arithmetische und geometrische Folgen	116	Differentialrechnung und	
10.3 Beschränkte und monotone Folgen	117	Integralrechnung in \mathbb{R}	183
10.4 Konvergente und divergente Folgen	119		
10.5 Häufungspunkte und Teilfolgen	120	15 Differenzierbare Funktionen	185
10.6 Cauchy-Folgen	123	15.1 Tangentenproblem	185
10.7 Rechenregeln für konvergente Folgen	124	15.2 Differenzierbarkeit	185
		15.3 Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	188
11 Reihen	127	15.4 Differenzierbarkeit elementarer Funktionen	190
11.1 Reihenbegriff	127	15.5 Ableitungen höherer Ordnung	192
11.2 Konvergente und divergente Reihen	127	15.6 Mittelwertsatz der Differentialrechnung	194
11.3 Arithmetische und geometrische Reihen	129	15.7 Regeln von L'Hôpital	198
11.4 Konvergenzkriterien	130	15.8 Änderungsraten und Elastizitäten	201
11.5 Rechenregeln für konvergente Reihen	134		
11.6 Absolute Konvergenz	136	16 Taylor-Polynome und Taylor-Reihen	206
11.7 Kriterien für absolute Konvergenz	137	16.1 Taylor-Polynom	206
		16.2 Taylor-Formel	208
Teil IV		16.3 Taylor-Reihe	209
Reelle Funktionen	141		
		17 Optimierung und Kurvendiskussion in \mathbb{R}	213
12 Eigenschaften reeller Funktionen	143	17.1 Optimierung und ökonomisches Prinzip	213
12.1 Reelle Funktionen	143	17.2 Notwendige Bedingung für Extrema	213
12.2 Beschränktheit und Monotonie	143	17.3 Hinreichende Bedingungen für Extrema	215
12.3 Konvexität und Konkavität	146	17.4 Notwendige Bedingung für Wendepunkte	220
12.4 Symmetrische und periodische Funktionen	147	17.5 Hinreichende Bedingungen für Wendepunkte	220
12.5 Infimum und Supremum	149		
12.6 Minimum und Maximum	150	18 Riemann-Integral	223
12.7 c -Stellen und Nullstellen	152	18.1 Flächenproblem	223
12.8 Grenzwerte von reellen Funktionen	153	18.2 Riemann-Integrierbarkeit	225
		18.3 Eigenschaften von Riemann-Integralen	227
13 Spezielle reelle Funktionen	160	18.4 Ungleichungen	228
13.1 Polynome	160	18.5 Hauptsatz der Differential-und Integralrechnung	228
13.2 Rationale Funktionen	162	18.6 Berechnung von Riemann-Integralen	232
13.3 Potenzfunktionen	165	18.7 Flächeninhalt zwischen zwei Graphen	239
		18.8 Uneigentliches Riemann-Integral	240

19 Numerische Näherungsverfahren	246	21.3 Totale Differenzierbarkeit	282
19.1 Numerische Lösung von Gleichungen	246	21.4 Partielle Änderungsraten und partielle Elastizitäten	287
19.2 Newton-Verfahren	246		
19.3 Sekantenverfahren und vereinfachtes Newton- Verfahren	250	22 Riemann-Integral im \mathbb{R}^n	289
		22.1 Riemann-Integrierbarkeit im \mathbb{R}^n	289
Teil VI		22.2 Eigenschaften von mehrfachen Riemann- Integralen	292
Differential- und Integralrechnung im \mathbb{R}^n	253	22.3 Satz von Fubini	292
20 Folgen, Reihen und reellwertige Funktionen im \mathbb{R}^n	255	23 Nichtlineare Optimierung im \mathbb{R}^n	296
20.1 Folgen und Reihen	255	23.1 Optimierung ohne Nebenbedingungen	296
20.2 Topologische Grundbegriffe	258	23.2 Optimierung unter Gleichheitsnebenbedingungen	304
20.3 Reellwertige Funktionen in n Variablen	261	23.3 Optimierung unter Ungleichheitsnebenbedingungen	314
20.4 Spezielle reellwertige Funktionen in n Variablen . .	263	23.4 Optimierung unter Gleichheits- und Ungleichheitsnebenbedingungen	320
20.5 Eigenschaften von reellwertigen Funktionen in n Variablen	267		
20.6 Grenzwerte von reellwertigen Funktionen in n Variablen	269	Literatur	325
20.7 Stetige Funktionen	271	Quellenverzeichnis der verwendeten Abbildungen	326
21 Differentialrechnung im \mathbb{R}^n	274	Sachverzeichnis	327
21.1 Partielle Differentiation	274		
21.2 Höhere partielle Ableitungen	278		