

Inhalt

Vorwort — V

Mathematische Grundlagen — VI

Abhängigkeit der einzelnen Kapitel — VII

Bezeichnungen — VIII

1 Einleitung — 1

2 Elementare Kombinatorik — 7

3 Grundmodelle der Wahrscheinlichkeitstheorie — 17

Diskrete Wahrscheinlichkeiten — 17

Stetige und absolutstetige Wahrscheinlichkeiten — 24

Geometrische Wahrscheinlichkeiten — 27

4 Bedingte Wahrscheinlichkeiten — 35

5 Unabhängigkeit — 48

6 Konstruktion von (unabhängigen) Zufallsvariablen — 62

7 Charakteristische Funktionen — 71

◆ Die Umkehrformel für Wahrscheinlichkeitsdichten — 78

◆ Levys truncation inequality — 80

8 Drei klassische Grenzwertsätze — 83

Bortkiewicz Gesetz der kleinen Zahlen (Poisson, Bortkiewicz) — 83

Das Gesetz der großen Zahlen (Bernoulli, Chebyshev, Khintchin) — 86

DeMoivre-Laplace: Der zentrale Grenzwertsatz — 88

(Beweis von Lévy & Feller • Lindebergsche Methode • Steinsche Methode • Anwendungen)

9 Konvergenz von Zufallsvariablen — 106

Schwache Konvergenz als Verteilungskonvergenz — 114

Verteilungskonvergenz und charakteristische Funktionen — 116

◆ Verteilungskonvergenz von Summen und Vektoren von ZVn — 119

10	Unabhängigkeit und Konvergenz — 123
	Null-Eins-Gesetze — 126
	Normale Zahlen (Borel) — 130
	♦Random Walk: Die zufällige Irrfahrt — 131
11	Summen von unabhängigen Zufallsvariablen — 135
12	Das starke Gesetz der großen Zahlen — 141
	♦Kolmogorovs ursprünglicher Beweis des SLLN — 145
	♦Ein direkter Beweis des SLLN — 147
	Eine Anwendung in der Numerik: Die Monte-Carlo-Methode — 148
	Eine Anwendung in der Statistik: Das Glivenko-Cantelli-Lemma — 150
13	Der Zentrale Grenzwertsatz — 154
14	♦Bedingte Erwartungen — 164
	Bedingte Erwartung und Unabhängigkeit — 172
	Bedingte Erwartungen wenn $\mathcal{F} = \sigma(Y)$ — 174
	Bedingte Dichten — 176
	Bedingte Verteilungen — 177
	Reguläre bedingte Wahrscheinlichkeiten — 180
15	♦Charakteristische Funktionen – Anwendungen — 184
	Der Stetigkeitssatz von Lévy — 184
	Die Struktur von Zufallsvariablen — 185
	Der Satz von der Typerhaltung bei Konvergenz in Verteilung — 189
	Der Wertebereich der char. Funktionen: Der Satz von Bochner — 191
16	♦Die multivariate Normalverteilung — 196
	Der multivariate Zentrale Grenzwertsatz — 199
	Faktorisierung von Gauß-Zufallsvariablen — 200
	Bedingte Erwartungen und Gauß-Zufallsvariable — 205
17	♦Unbegrenzt teilbare Verteilungen — 208
	Die Lévy-Khintchin-Formel — 216
18	♦Cramérs Theorie der großen Abweichungen — 224
A	Anhang — 237
A.1	Bemerkungen zu einigen Ungleichungen — 237
A.2	Unter- und oberhalbstetige Funktionen — 239
A.3	Approximation von Maßen — 241

A.4	Multivariate Verteilungsfunktionen — 243
A.5	Der Satz von Liouville für ganz-analytische Funktionen — 244
A.6	Wichtige diskrete Verteilungen — 248
A.7	Wichtige Verteilungen mit Dichte — 248

Literatur — 253

Stichwortverzeichnis — 256