
Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
Teil I Theoretischer Hintergrund		
2	Argumentieren und Beweisen	11
2.1	Beweisen als Argumentieren?	11
2.1.1	Der Begriff „Argumentation“	16
2.1.2	Der Begriff „Beweisen“	21
2.1.3	Beweisverfahren, Funktionen und Schlussweisen	26
2.1.4	Prozess-Aufschreiben-Produkt	29
2.1.5	Fazit zum Argumentieren und Beweisen	36
2.2	Argumentations- und Beweisbegriff dieser Arbeit	37
2.3	Rekonstruktion von Argumentationen	40
2.3.1	Rekonstruktion einer Argumentation nach Toulmin	40
2.3.2	Globale Argumentationsstrukturen	44
2.4	Argumentieren und Beweisen – Eine Schwierigkeit für Lernende und Lehrende	60
2.4.1	Forschung zum Beweisen und Argumentieren im Unterricht	62
2.4.2	Normen und Erwartungen im Unterrichtskontext von Beweisen	66

2.4.3	Verständnis, Fähigkeiten und Beliefs von (angehenden) Lehrkräften	68
2.4.4	Fazit zu den Schwierigkeiten für Lernende und Lehrende	73
3	Metakognition	75
3.1	Der Begriff „Metakognition“	76
3.1.1	Erste Ausdifferenzierungen des Begriffs	77
3.1.2	Weitere Modelle von Metakognition	80
3.1.3	Metakognitionsverständnis dieser Arbeit	85
3.2	Metakognition – Forschungsergebnisse bei Lernenden und Lehrenden	87
3.2.1	Metakognition bei Schülerinnen und Schülern	87
3.2.2	Metakognition bei Lehramtsstudierenden und Lehrkräften	97
3.3	Metakognition beim Argumentieren und Beweisen	107
4	Zum Kontext Geometrie	111
5	Forschungsdesiderat dieser Arbeit	121
 Teil II Methodologie und Methodisches Vorgehen		
6	Vorbereitung der Untersuchung	135
6.1	Die Stichprobe	135
6.2	Die Datenerhebung	138
6.3	Die Beweisaufgaben und mögliche Beweise	141
6.3.1	Die einfachere Einstiegsaufgabe	142
6.3.2	Die schwierigere zweite Aufgabe	143
7	Datenaufbereitung	149
7.1	Die Videos	150
7.2	Die Transkripte	150
7.3	Die Referenzskizzen	153
8	Auswertungsmethoden	157
8.1	Rekonstruktionen von Argumentationen	157
8.1.1	Vorgehen bei der Rekonstruktion	159
8.1.2	Rekonstruktion einer mündlichen Argumentation	161

8.1.3	Rekonstruktion einer schriftlichen Argumentation	163
8.1.4	Rekonstruktion einer abduktiven Argumentation	165
8.1.5	Rekonstruktion einer Argumentation, in der eine Konklusion als Frage formuliert wird	167
8.1.6	Rekonstruktion einer Argumentation mit Argumentationslücke	168
8.1.7	Rekonstruktion einer „löchrigen“ Argumentation	170
8.1.8	Rekonstruktion einer fehlerhaften Argumentation	171
8.1.9	Rekonstruktion von Widerlegungen	172
8.1.10	Rekonstruktion „verlorener Aussagen“	174
8.1.11	Nicht rekonstruierte „Argumentationen“	180
8.1.12	Fazit zu den Rekonstruktionen von Argumentationen	183
8.2	Analyse der globalen Argumentationsstrukturen	183
8.3	Untersuchung der Metakognition	187
8.3.1	Vorgehen bei der Kodierung	189
8.3.2	Schritt 1: Kodierung am Transkript	192
8.3.3	Schritt 2: Erstellung eines Kategorienstrahls	196
8.3.4	Schritt 3: Sichtung und inhaltliche Analyse der Kodierungen	198
8.3.5	Schritt 4: Charakterisierung gefundener Auffälligkeiten	204
8.4	Typenbildung und Prototypen	207

Teil III Ergebnisteil Argumentationen

9	„Verlorene“ Aussagen durch Aufschreiben des Beweises	215
9.1	Ergänzende Aussagen	216
9.2	Zusätzliche Argumentationen	224
9.3	Fazit zu den verlorenen Aussagen	232
10	Globale Strukturen von mündlichen und schriftlichen Argumentationen	235
10.1	Argumentationen mit Sammelstruktur	235
10.2	Argumentationen mit Linienstruktur	237

10.3	Argumentationen mit Quellstruktur	240
10.4	Weitere literaturbekannte Strukturen	250
10.5	Argumentationen mit verschachtelter Struktur	251
10.6	Argumentationen mit Stromstruktur	252
10.7	Argumentationen mit Sprudelstruktur	262
10.8	Fazit zu den globalen Argumentationsstrukturen	266
11	Vergleich globaler Argumentationsstrukturen	271
11.1	Die Komplexität globaler Argumentationsstrukturen	272
11.2	Änderung der globalen Strukturen durch das Aufschreiben eines Beweises	279
11.3	Strukturunterschiede zwischen verschiedenen Beweisen	296
11.4	Fazit zum Vergleich und der Komplexität globaler Strukturen	300
12	Besonderheiten einzelner Argumentationsstränge	303
12.1	Abduktionen in Argumentationen	304
12.2	Tote Enden in Argumentationen	324
12.3	Implizit Gebliebenes in Argumentationen	332
12.4	Parallele Argumentationen	344
12.5	„Löchrige“ Argumentationen	350
12.6	Negation und Kontraposition	357
12.7	Rekonstruktionsprobleme durch Verständnisschwierigkeiten	361
12.8	Probleme mit Inhalt und Ziel der Argumentationen	367
12.9	Idiosynkratische Besonderheiten bei Argumentationen	373
12.10	Widerlegungen in Argumentationen	381
12.11	Fazit zu den Besonderheiten in einzelnen Argumentationssträngen	388
 Teil IV Ergebnisteil Metakognition		
13	Der Effekt von Planung bei Argumentationen	393
13.1	Globale Planung	394
13.2	Lokale Planung	401
13.3	Die Kontrolle von Planungen	404
13.4	Fazit zum Effekt von Planung	408

14	Prototypen von Hürden im Beweisprozess	411
14.1	Schleifen	411
14.2	Verlängerungen	415
14.3	Zirkelschlüsse	418
14.4	Irrfahrten	421
14.5	Funkstillen	424
14.6	Durchbrüche	427
14.7	Ergebnisse und Fazit zu Hürden im Beweisprozess	430
15	Der Einfluss von Strukturanalysen auf die Argumentation	435
15.1	Strukturanalysen von Skizzen und Aussagen	436
15.2	Strukturanalysen von Formeln	444
15.3	Fazit zu Strukturanalysen fachspezifischer Darstellungen	448
16	Die (fehlende) Tiefe metakognitiver Aktivitäten	451
16.1	Positive und negative Auswirkungen knapper Antworten	452
16.2	Die Wirkung (nicht) elaborierter (Zwischen-)Bilanzen	458
16.3	Fazit zur Tiefe metakognitiver Aktivitäten	464
17	Auswirkungen negativer Diskursivität auf Argumentationen	467
17.1	Verständnisschwierigkeiten durch mangelnde Angabe von Bezugspunkten	468
17.2	Argumentationslücken	478
17.3	Zirkelschlüsse	487
17.4	Inhaltliche Fehler	496
17.5	Fazit zu den Auswirkungen negativer Diskursivität	504
Teil V Diskussion und Fazit		
18	Diskussion der Arbeit	509
18.1	Der Verlauf geometrischer Argumentationen und Beweise bei Studierenden	509
18.2	Die Auswirkungen metakognitiver Aktivitäten von Studierenden auf ihr Argumentieren und Beweisen	514
18.3	Der Einfluss von Medium, Konzept und Struktur	520
18.4	Mögliche Einschränkungen der Untersuchung	524
18.4.1	Zu den Methoden	524
18.4.2	Zur Gefahr der Defizitorientierung	526
18.4.3	Zur Validität und Generalisierbarkeit	526

19 Fazit dieser Arbeit	529
Literaturverzeichnis	537