

Inhaltsverzeichnis

Einführung	15
Über dieses Buch	15
Konventionen in diesem Buch	16
Falsche Voraussetzungen	16
Wie Sie nicht lesen müssen	16
Wie dieses Buch strukturiert ist	17
Teil I: Die Grundlagen	17
Teil II: Trigonometrische Funktionen	17
Teil III: Identitäten	17
Teil IV: Gleichungen und Anwendungen	17
Teil V: Graphen trigonometrischer Funktionen	18
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	18
Die Symbole in diesem Buch	18
Wie es weitergeht	19
 Teil I	
Die Grundlagen	21
 Kapitel 1	
Trigonometrie – Formalien, die Sie einfach brauchen	23
Packen wir's an: Was ist Trigonometrie?	23
Die wichtigsten Figuren	24
Winkel und ihre Position	25
Positionen mit Hilfe von Dreiecken festlegen	28
Bilden wir einen Kreis!	29
Trigonometrie-Slang	33
Trigonometrische Funktionen definieren	33
Gleichungen und Gleichheit	36
Graphen sind Gold wert!	38
Wir brauchen Skalen für die Graphen!	38
Grundlegende Graphen erkennen	39

Kapitel 2

Alles eine Frage der Koordination: Kartesische Koordinaten 43

Wir fangen ganz einfach an: Punkte eintragen	43
Ohne Achsen geht es nicht	44
Der Ursprung von allem	44
X gegen Y antragen	45
Zerlegen wir den Graphen in vier Teile!	46
Von hier nach dort: Distanzen berechnen	46
Zählen bei vertikalen und horizontalen Distanzen	47
Jetzt wird es schräg: Diagonale Distanzen	48
Exakte Werte oder geschätzte Distanzen	50
Und jetzt zum Mittelpunkt	50

Kapitel 3

Funktionen funktionieren 53

Relationen oder Funktionen?	53
Und welche Funktion hat die Funktion?	54
Die Funktionsnotation	54
Definitionsbereich und Wertebereich festlegen	55
Inverse Funktionen – alles hat seinen Grund	56
Für welche Funktionen gibt es Inverse?	57
Eine inverse Funktion finden	58
Funktionen manipulieren	60
Verschiebung einer Funktion	61
Spieglein, Spieglein an der Wand	63

Kapitel 4

Wie wichtig sind uns Grade 65

Winkel allüberall: Messen in Graden	65
Eine Koordinatenebene in Stücke schneiden	66
Auf der Suche nach den Gradmaßen	66
Winkel an der Standardposition zeichnen	70
Anfangs- und Endseiten der Winkel in Position bringen	70

Kapitel 5

Und jetzt zum Pi: Winkel im Bogenmaß 73

Was ist ein Radiant?	73
Das Verhältnis zum Kreis	74
Grade und Radianten umrechnen	75

Teil II

Trigonometrische Funktionen

79

Kapitel 6

Mit trigonometrischen Funktionen liegen Sie richtig!

81

Wie trigonometrische Funktionen funktionieren	81
Das Namensspiel: Die drei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks	82
Die sechs Verhältnisse: Bringen wir die drei Seiten zueinander in Beziehung	82
Die Sinus-Funktion: Gegenkathete durch Hypotenuse	83
Die Kosinus-Funktion: Ankathete durch Hypotenuse	84
Die Tangens-Funktion: Gegenkathete durch Ankathete	85
Und jetzt das Ganze zusammen: Mit einer Funktion nach einer anderen auflösen	87
Der nächste Schritt: Reziproke Funktionen	87
Die Kosekans-Funktion: Der umgekehrte Sinus	88
Die Sekans-Funktion: Kosinus auf dem Kopf	89
Die Kotangens-Funktion: Tangens verkehrt	90
Lieblingswinkel	90
Die beliebtesten Winkel	90
Die exakten Werte von Funktionen ermitteln	91

Kapitel 7

Tausche Dreieck gegen Kreis: Kreisfunktionen

95

Der Einheitskreis als Konvention	95
Punkte auf dem Einheitskreis platzieren	96
Eine fehlende Koordinate finden	98
Die Winkel tanzen im Kreis!	99
Bleiben wir positiv!	99
Seien Sie negativ – oder multiplizieren Sie Ihre Winkel	100
Referenzwinkel finden und berechnen	101
Trigonometrische Funktionen für alle Winkel definieren	105
Referenzwinkel einsetzen	105
Bestimmung der Optimisten und der Pessimisten	106
Alle Regeln kombinieren	107
Kreiskoordinaten für die Lösung trigonometrische Funktionen	109
Definitionsbereiche und Wertebereiche trigonometrischer Funktionen	111
Freundliche Funktionen: Sinus und Kosinus	112

Enge Verwandte ihrer Reziprok-Funktionen:	
Kosekans und Sekans	113
Blutsbrüder: Tangens und Kotangens	114

Kapitel 8

Trigonometrische Funktionen für den Alltag 117

Das Wichtigste zuerst: Auf- und Abstiege	117
Neigungswinkel	119
Die Höhe großer Gebäude bestimmen	119
Das Burgfräulein auf dem Turm	119
Die Höhe eines Baumes bestimmen	121
Die Distanz zwischen Gebäuden messen	123
Steigung messen	124
Der Himmel ist (nicht) die Grenze	126
Einen Ballon orten	126
Verfolgen wir die Rakete!	129

Teil III

Identitäten 131

Kapitel 9

Grundlegende Identitäten der Trigonometrie 133

Funktionen verkehrt: Reziproke Identitäten	133
Funktion um Funktion: Verhältnis-Identitäten	134
Gegensätze ziehen sich an: Identitäten für entgegengesetzte Winkel	135
Zurück zum klassischen Satz: Pythagoreische Identitäten	138
Die Mutter aller Pythagoreischen Identitäten	138
Neuanordnung der Pythagoreischen Identitäten	140

Kapitel 10

Mit Identitäten arbeiten 141

Addieren wir das Ganze	141
Differenzen sind zu klären	146
Verdoppeln Sie Ihr Geld!	150
Eins plus eins gibt zwei Sinus	151
Ein Massenandrang	151
Halbieren macht auch Spaß!	153
Was es mit dem \pm auf sich hat	154

Teil IV	
Gleichungen und Anwendungen	157
Kapitel 11	
Inverse trigonometrische Funktionen	159
Die richtige Darstellung	159
Die Notation	160
Zwischen wenigen und vielen unterscheiden	161
Definitionsbereich und Wertebereich inverser trigonometrischer Funktionenbestimmen	164
Inverse Sinus-Funktion	164
Inverse Kosinus-Funktion	165
Inverse Tangens-Funktion	165
Inverse Kotangens-Funktion	165
Inverse Sekans-Funktion	166
Inverse Kosekans-Funktion	166
Überblick über Definitionsbereich und Wertebereich	166
Die Arbeit mit Inversen	167
Kapitel 12	
Trigonometrische Gleichungen lösen	169
Einfache Lösungen erzeugen	170
Ausklammern in den Lösungen	171
Einen größten gemeinsamen Faktor finden	172
Quadrate ausklammern	173
Grade durch Ausklammern erhöhen	176
Ausklammern durch Gruppierung	179
Die Quadratformel anwenden	181
Identitäten berücksichtigen	182
Mehrfachwinkel-Lösungen finden	186
Beide Seiten quadrieren	188
Kapitel 13	
Gesetze befolgen	191
Die Teile von Dreiecken beschreiben	191
Standardisierung der Teile	192
Ein Dreieck bestimmen	192
Der Sinus-Satz	194
Weiter mit dem Kosinus-Satz	199

Den Kosinus-Satz definieren	199
Kosinus-Satz für SWS	200
Kosinus-Satz für SSS	203
Der Tangens-Satz	205
Dreiecksflächen berechnen	207
Die Fläche nach Grundlinie und Höhe berechnen	208
Die Fläche aus drei Seiten berechnen	210
Die Fläche mit SWS ermitteln	211

Teil V

Die Graphen trigonometrischer Funktionen 213

Kapitel 14

Graphen für Sinus und Kosinus 215

Das ABC der Graphen	215
Sinus-Wellen	216
Amplitude und Periode	216
Die Sinus-Gleichung formalisieren	219
Den Sinus verschieben	220
Der Kosinus-Graph	222
Kosinus und Sinus vergleichen	222
Eigenschaften für das Zeichnen des Kosinus-Graphen	224

Kapitel 15

Graphen für Tangens und Kotangens 227

Der Tangens	227
Die Periode bestimmen	228
Die Asymptoten zuordnen	228

Teil VI

Der Top-Ten-Teil 233

Kapitel 16

Zehn grundlegende Identitäten ... und noch eine 235

Reziprok-Identitäten	235
Verhältnis-Identitäten	236
Pythagoreische Identitäten	236
Gegenwinkel-Identitäten	236

Stichwortverzeichnis 239