

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Hyperbolische Erhaltungsgleichungen	5
2.2	Numerische Verfahren	9
2.2.1	Zeitdiskretisierung	10
2.2.2	Räumliche Diskretisierungen	11
2.2.3	Die Ordnung eines Verfahrens	13
2.2.4	Die CFL-Zahl	15
2.3	Orthogonale Polynome	16
2.3.1	PKD-Polynome	17
2.3.2	Zweidimensionale Basispolynome	23
2.3.3	Polynominterpolation auf Dreiecken	23
3	Die Spektrale-Differenzen-Methode	27
3.1	Klassischer Zugang	28
3.1.1	Konservativität und numerische Flussfunktionen	30
3.1.2	Wahl der Fluss- und Lösungspunkte	32
3.2	Erweiterung mit eindimensionalen (PKD-) Basispolynomen	33
3.2.1	Projektionsansatz	34
3.2.2	Interpolationsansatz	34
3.2.3	Erhaltungseigenschaft	35
3.3	Implementierung	37
3.3.1	Bestimmung der Flüsse an Dreiecksrändern	37
3.3.2	Laufzeitabschätzung und -vergleich	39
3.4	Stabilität der SDM	41
3.5	Ansatz mit zweidimensionalen Basispolynomen	43
4	Modale Filter	45
4.1	Grundlagen	45
4.2	Die Spektrale-Viskosität-Methode	47
4.3	Filtertechnik basierend auf PKD-Polynomen	51
4.4	Problematik der adaptiven Filterung	52
4.5	Modale Filter in der SDM	53
5	Kantendetektierung mithilfe konjugierter Fourierreihen	55
5.1	Konjugierte Fourierreihen	56
5.1.1	Relevante Resultate in einer Raumdimension	56
5.1.2	Erweiterung auf zwei Raumdimensionen	59

5.2	Kantendetektierung in einer Dimension	63
5.2.1	Resultate für exakte Fourierkoeffizienten	63
5.2.2	Diskrete Betrachtung	68
5.3	Zweidimensionale Kantendetektierung	70
5.3.1	Verallgemeinerte konjugierte Partialsummen in einer Variablen . .	70
5.3.2	Verallgemeinerte konjugierte Partialsummen in zwei Variablen . .	71
5.4	Direkte Berechnung der Fourierkoeffizienten aus den PKD-Koeffizienten .	74
5.5	Testfälle zur zweidimensionalen Kantendetektierung	79
6	Numerische Ergebnisse mit der SDM	85
6.1	Stoßfreie Testfälle zur Ordnungsanalyse	85
6.1.1	Lineare Transportgleichung	85
6.1.2	Euler-Gleichungen: Isentroper Wirbel	86
6.2	Nichtlineare Testfälle mit spektraler Filterung	87
6.2.1	Burgers-Gleichung	87
6.2.2	Euler-Gleichungen: Stoß-Wirbel-Interaktion	89
6.3	Einsatz der Kantendetektierung in der SDM	100
6.3.1	Untersuchung der direkten Fourierkoeffizientenberechnung	100
6.3.2	Vergleich mit dem koeffizientenbasierten Stoßindikator	104
6.3.3	Globaler Einsatz der Detektierung	109
7	Zusammenfassung und Ausblick	111
A	Anhang	113
A.1	Explizite Darstellung der reellwertigen Integrale	113
A.2	Laufzeit- und Ordnungsanalysen	114
	Literaturverzeichnis	123
	Index	128