

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1 Hyperbolische Erhaltungsgleichungen . . . . .	5
2.2 Numerische Verfahren . . . . .	9
2.2.1 Zeitdiskretisierung . . . . .	10
2.2.2 Räumliche Diskretisierungen . . . . .	11
2.2.3 Die Ordnung eines Verfahrens . . . . .	13
2.2.4 Die CFL-Zahl . . . . .	15
2.3 Orthogonale Polynome . . . . .	16
2.3.1 PKD-Polynome . . . . .	17
2.3.2 Zweidimensionale Basispolynome . . . . .	23
2.3.3 Polynominterpolation auf Dreiecken . . . . .	23
<b>3 Die Spektrale-Differenzen-Methode</b>	<b>27</b>
3.1 Klassischer Zugang . . . . .	28
3.1.1 Konservativität und numerische Flussfunktionen . . . . .	30
3.1.2 Wahl der Fluss- und Lösungspunkte . . . . .	32
3.2 Erweiterung mit eindimensionalen (PKD-) Basispolynomen . . . . .	33
3.2.1 Projektionsansatz . . . . .	34
3.2.2 Interpolationsansatz . . . . .	34
3.2.3 Erhaltungseigenschaft . . . . .	35
3.3 Implementierung . . . . .	37
3.3.1 Bestimmung der Flüsse an Dreiecksrändern . . . . .	37
3.3.2 Laufzeitabschätzung und -vergleich . . . . .	39
3.4 Stabilität der SDM . . . . .	41
3.5 Ansatz mit zweidimensionalen Basispolynomen . . . . .	43
<b>4 Modale Filter</b>	<b>45</b>
4.1 Grundlagen . . . . .	45
4.2 Die Spektrale-Viskosität-Methode . . . . .	47
4.3 Filtertechnik basierend auf PKD-Polynomen . . . . .	51
4.4 Problematik der adaptiven Filterung . . . . .	52
4.5 Modale Filter in der SDM . . . . .	53
<b>5 Kantendetektierung mithilfe konjugierter Fourierreihen</b>	<b>55</b>
5.1 Konjugierte Fourierreihen . . . . .	56
5.1.1 Relevante Resultate in einer Raumdimension . . . . .	56
5.1.2 Erweiterung auf zwei Raumdimensionen . . . . .	59

5.2	Kantendetektierung in einer Dimension . . . . .	63
5.2.1	Resultate für exakte Fourierkoeffizienten . . . . .	63
5.2.2	Diskrete Betrachtung . . . . .	68
5.3	Zweidimensionale Kantendetektierung . . . . .	70
5.3.1	Verallgemeinerte konjugierte Partialsummen in einer Variablen .	70
5.3.2	Verallgemeinerte konjugierte Partialsummen in zwei Variablen .	71
5.4	Direkte Berechnung der Fourierkoeffizienten aus den PKD-Koeffizienten .	74
5.5	Testfälle zur zweidimensionalen Kantendetektierung . . . . .	79
<b>6</b>	<b>Numerische Ergebnisse mit der SDM</b>	<b>85</b>
6.1	Stoßfreie Testfälle zur Ordnungsanalyse . . . . .	85
6.1.1	Lineare Transportgleichung . . . . .	85
6.1.2	Euler-Gleichungen: Isentroper Wirbel . . . . .	86
6.2	Nichtlineare Testfälle mit spektraler Filterung . . . . .	87
6.2.1	Burgers-Gleichung . . . . .	87
6.2.2	Euler-Gleichungen: Stoß-Wirbel-Interaktion . . . . .	89
6.3	Einsatz der Kantendetektierung in der SDM . . . . .	100
6.3.1	Untersuchung der direkten Fourierkoeffizientenberechnung . . . . .	100
6.3.2	Vergleich mit dem koeffizientenbasierten Stoßindikator . . . . .	104
6.3.3	Globaler Einsatz der Detektierung . . . . .	109
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>111</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>113</b>
A.1	Explizite Darstellung der reellwertigen Integrale . . . . .	113
A.2	Laufzeit- und Ordnungsanalysen . . . . .	114
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>123</b>
<b>Index</b>		<b>128</b>