
Inhaltsverzeichnis

1	Mathematische und logische Grundlagen	1
1.1	Mengen	2
1.2	Relationen und Abbildungen	12
1.3	Logik, Wahrheit und Beweise	25
1.4	Übungen	39
2	Rechnen in Körpern	45
2.1	Körper: Rationale, reelle und komplexe Zahlen	46
2.2	Die reellen Zahlen: Anordnung und Vollständigkeit	61
2.3	Der Körper der komplexen Zahlen	66
2.4	Übungen	73
3	Grenzwerte von Folgen und Reihen	79
3.1	Folgen und Grenzwerte	80
3.2	Reihen	87
3.3	Übungen	93
4	Rationale Funktionen und Stetigkeit	97
4.1	Polynome und rationale Funktionen	98
4.2	Der Ring der Polynome	101
4.3	Der Körper der Rationalen Funktionen	108
4.4	Stetigkeit	112
4.5	Übungen	118
5	Differentialrechnung	123
5.1	Differenzierbarkeit, Ableitung und Extremwerte	124
5.2	Mittelwertsätze und Taylor-Entwicklung	132
5.3	Monotonie, Krümmung und Wendepunkte	138
5.4	Übungen	143

6	Integration	149
6.1	Stammfunktionen	149
6.2	Bestimmte Integrale	151
6.3	Unbestimmte Integrale	156
6.4	Integrationsregeln	158
6.5	Uneigentliche Integrale	162
6.6	Übungen	164
7	Die komplexe Exponentialfunktion und die trigonometrischen Funktionen	167
7.1	Die komplexe Exponentialfunktion	168
7.2	Die trigonometrischen Funktionen	171
7.3	Dreiecksberechnung	176
7.4	Polarkoordinatendarstellung der komplexen Zahlen	179
7.5	Komplexe Wurzeln	184
7.6	Übungen	186
8	Vektorrechnung und Lineare Algebra	195
8.1	Vektorraum	196
8.2	Normierter Vektorraum	202
8.3	Skalarprodukt und Projektion	208
8.4	Lineare Unabhängigkeit, Basis und Koordinaten	212
8.5	Lineare Abbildungen und Matrizenmultiplikation	220
8.6	Invertierung von Matrizen und Determinanten	230
8.7	Übungen	242
9	Fortgeschrittene Methoden der linearen Algebra	251
9.1	Koordinatentransformationen und Projektionen	252
9.2	Rechnen mit Blockmatrizen	264
9.3	Rang, Range, Kern und Spur einer Matrix	269
9.4	Ähnlichkeit, Eigenvektoren und Diagonalisierbarkeit	274
9.5	Berechnung von Eigenvektoren und charakteristisches Polynom	280
9.6	Diagonalisierung hermitescher und unitärer Matrizen	284
9.7	Anwendungen von Eigenwertrechnung und Diagonalisierung	288
9.7.1	Matrixpotenzen, -wurzeln und -exponentialfunktion	289
9.7.2	Euklidische Transformationen, Rotationen und Spiegelungen	292
9.7.3	Allgemeine orthonormale lineare Abbildungen	300
9.7.4	Volumen von n -Quadern, Parallelotopen und anderen Objekten	307
9.7.5	Definitheit von Matrizen	316
9.8	Übungen	321

10	Mehrdimensionale Differentialrechnung	327
10.1	Differenzierbarkeit von Funktionen $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$	328
10.2	Ableitungsregeln und Mittelwertsatz	334
10.3	Höhere Ableitungen, Satz von Taylor und Extremwerte	337
10.4	Wichtige Vektor- und Matrixableitungen	343
10.5	Optimierung konvexer Funktionen	346
10.6	Lagrange-Multiplikatoren: Optimierung mit Nebenbedingungen	347
10.7	Optimierung mit dem Newton-Verfahren	357
10.8	Mehrdimensionale Integralrechnung	359
10.9	Übungen	374
11	Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	377
11.1	Elementare Kombinatorik	377
11.2	Binomialkoeffizienten und binomischer Lehrsatz	380
11.3	Wahrscheinlichkeitsraum	384
11.4	Zufallsvariablen	385
11.5	Verteilung, Erwartungswert und Varianz von diskreten Zufallsvariablen	386
11.6	Mehrere Zufallsvariablen: Gemeinsame Verteilung, bedingte Verteilung, Unabhängigkeit, Kovarianz	389
11.7	Bernoulli-Verteilung und Binomialverteilung	395
11.8	Kontinuierliche Zufallsvariablen und Verteilungen: Dichte und Verteilungsfunktionen	397
11.9	Univariate Gauß-Verteilung oder Normalverteilung	399
11.10	Multivariate Verteilungen	401
11.11	Multivariate Gauß-Verteilung oder Normalverteilung	406
11.12	Fehlerabschätzung und Error Function	412
11.13	Wichtige allgemeingültige Ungleichungen	414
11.14	Grundlagen der Informationstheorie	417
11.15	Übungen	424
	Literatur	427
	Stichwortverzeichnis	429