

# Inhalt

## Vorwort — V

### 1 Einleitung — 1

- 1.1 Verletzlichkeit von Kommunikationsnetzen — 1
- 1.2 Wegplanung für Roboter — 3
- 1.3 Optimale Umrüstzeiten für Fertigungszellen — 5
- 1.4 Objektorientierte Programmiersprachen — 6
- 1.5 Suchmaschinen — 10
- 1.6 Analyse sozialer Netze — 13
- 1.7 Literatur — 16
- 1.8 Aufgaben — 17

### 2 Einführung — 20

- 2.1 Grundlegende Definitionen — 20
- 2.2 Spezielle Graphen — 25
- 2.3 Hypergraphen — 29
- 2.4 Graphalgorithmen — 30
- 2.5 Datenstrukturen für Graphen — 31
  - 2.5.1 Adjazenzmatrix — 32
  - 2.5.2 Adjazenzliste — 33
  - 2.5.3 Kantenliste — 34
  - 2.5.4 Bewertete Graphen — 35
  - 2.5.5 Implizite Darstellung — 35
- 2.6 Der transitive Abschluss eines Graphen — 36
- 2.7 Vergleichskriterien für Algorithmen — 40
- 2.8 Implementierung von Graphalgorithmen — 46
- 2.9 Testen von Graphalgorithmen — 53
- 2.10 Literatur — 54
- 2.11 Aufgaben — 55

### 3 Bäume — 60

- 3.1 Einführung — 60
- 3.2 Anwendungen — 62
  - 3.2.1 Hierarchische Dateisysteme — 62
  - 3.2.2 Ableitungsbäume — 63
  - 3.2.3 Suchbäume — 64
  - 3.2.4 Datenkompression — 67
- 3.3 Datenstrukturen für Bäume — 71
  - 3.3.1 Darstellung mit Feldern — 72
  - 3.3.2 Darstellung mit Adjazenzlisten — 72

3.4	Sortieren mit Bäumen —	73
3.5	Vorrang-Warteschlangen —	79
3.6	Minimal aufspannende Bäume —	81
3.6.1	Der Algorithmus von Kruskal —	82
3.6.2	Der Algorithmus von Prim —	87
3.7	Literatur —	89
3.8	Aufgaben —	89
<b>4</b>	<b>Suchverfahren in Graphen —</b>	<b>93</b>
4.1	Einleitung —	93
4.2	Tiefensuche —	94
4.3	Anwendung der Tiefensuche auf gerichtete Graphen —	98
4.4	Kreisfreie Graphen und topologische Sortierung —	99
4.4.1	Rekursion in Programmiersprachen —	100
4.4.2	Topologische Sortierung —	101
4.5	Starke Zusammenhangskomponenten —	103
4.6	Transitiver Abschluss und transitive Reduktion —	108
4.7	Anwendung der Tiefensuche auf ungerichtete Graphen —	111
4.7.1	Bestimmung der Zusammenhangskomponenten —	111
4.7.2	Durchsatz und Querschnitt —	112
4.7.3	Anwendung in der Bildverarbeitung —	113
4.7.4	Blöcke eines ungerichteten Graphen —	115
4.8	Breitensuche —	121
4.9	Lexikographische Breitensuche —	124
4.10	Beschränkte Tiefensuche —	128
4.11	Eulersche Graphen —	131
4.12	Literatur —	135
4.13	Aufgaben —	135
<b>5</b>	<b>Entwurfsmethoden für die algorithmische Graphentheorie —</b>	<b>140</b>
5.1	Problemarten —	140
5.2	Greedy-Technik —	141
5.3	Backtracking —	146
5.4	Branch & Bound —	153
5.5	Teile & Herrsche —	157
5.6	Dynamische Programmierung —	160
5.7	Lineare Programmierung —	165
5.8	Literatur —	169
5.9	Aufgaben —	169
<b>6</b>	<b>Färbung von Graphen —</b>	<b>173</b>
6.1	Einführung —	173

6.2	Anwendungen von Färbungen — 179
6.2.1	Maschinenbelegungen — 179
6.2.2	Registerzuordnung in Compilern — 180
6.2.3	Public-Key-Kryptosysteme — 181
6.2.4	Sudoku — 182
6.3	Exakte Bestimmung der chromatischen Zahl — 183
6.3.1	Backtracking-Verfahren — 184
6.3.2	Teile & Herrsche — 184
6.3.3	Dynamische Programmierung — 185
6.3.4	Lineare Programmierung — 186
6.4	Heuristiken zur Bestimmung von Färbungen — 187
6.5	Das Vier-Farben-Problem — 193
6.6	Kantenfärbungen — 197
6.7	Literatur — 198
6.8	Aufgaben — 199
<b>7</b>	<b>Perfekte Graphen — 204</b>
7.1	Einführung — 204
7.2	Kreisfreie Orientierungen — 206
7.3	Transitiv orientierbare Graphen — 207
7.3.1	Charakterisierung von transitiv orientierbaren Graphen — 208
7.3.2	Färbungen von transitiv orientierbaren Graphen — 209
7.4	Permutationsgraphen — 210
7.4.1	Charakterisierung von Permutationsgraphen — 211
7.4.2	Färbungen von Permutationsgraphen — 212
7.5	Chordale Graphen — 215
7.5.1	Charakterisierung von chordalen Graphen — 215
7.5.2	Färbungen von chordalen Graphen — 217
7.6	Intervallgraphen — 220
7.6.1	Gewichtete unabhängige Mengen in Intervallgraphen — 222
7.7	Literatur — 225
7.8	Aufgaben — 225
<b>8</b>	<b>Flüsse in Netzwerken — 227</b>
8.1	Einleitung — 227
8.2	Schnitte und Erweiterungswege — 230
8.3	Der Satz von Ford-Fulkerson — 233
8.4	Bestimmung von Erweiterungsweegen — 235
8.5	Der Algorithmus von Dinic — 242
8.6	0-1-Netzwerke — 251
8.7	Kostenminimale Flüsse — 255
8.8	Literatur — 257

**8.9 Aufgaben — 258**

**9 Anwendungen von Netzwerkalgorithmen — 264**

- 9.1 Maximale Zuordnungen — 264
- 9.2 Netzwerke mit oberen und unteren Kapazitäten — 270
- 9.3 Eckenzusammenhang in ungerichteten Graphen — 275
- 9.4 Kantenzusammenhang in ungerichteten Graphen — 283
- 9.5 Minimale Schnitte — 287
- 9.6 Eckenüberdeckungen — 294
- 9.7 Literatur — 295
- 9.8 Aufgaben — 296

**10 Kürzeste Wege — 303**

- 10.1 Einleitung — 303
- 10.2 Das Optimalitätsprinzip — 306
- 10.3 Der Algorithmus von Moore und Ford — 310
- 10.4 Anwendungen auf spezielle Graphen — 314
  - 10.4.1 Graphen mit konstanter Kantenbewertung — 314
  - 10.4.2 Graphen ohne geschlossene Wege — 314
  - 10.4.3 Graphen mit nichtnegativen Kantenbewertungen — 315
  - 10.4.4 Graphen mit ganzzahligen nichtnegativen Kantenbewertungen — 318
- 10.5 Bestimmung von Zentralitätsmaßen — 319
- 10.6 Routingverfahren in Kommunikationsnetzen — 324
- 10.7 Kürzeste-Wege-Probleme in der künstlichen Intelligenz — 326
  - 10.7.1 Der A\*-Algorithmus — 326
  - 10.7.2 Der iterative A\*-Algorithmus — 330
  - 10.7.3 Umkreissuche — 335
- 10.8 Kürzeste Wege zwischen allen Paaren von Ecken — 340
- 10.9 Der Algorithmus von Floyd — 343
- 10.10 Steinerbäume — 347
- 10.11 Literatur — 349
- 10.12 Aufgaben — 350

**11 Approximative Algorithmen — 356**

- 11.1 Die Komplexitätsklassen  $\mathcal{P}$ ,  $\mathcal{NP}$  und  $\mathcal{NPC}$  — 356
- 11.2 Einführung in approximative Algorithmen — 361
- 11.3 Absolute Qualitätsgarantien — 363
- 11.4 Relative Qualitätsgarantien — 365
- 11.5 Approximative Algorithmen — 367
  - 11.5.1 Minimale Färbungen — 367
  - 11.5.2 Minimale Eckenüberdeckungen — 369
  - 11.5.3 Minimale dominierende Mengen — 373

11.5.4	Maximale unabhängige Mengen —	375
11.5.5	Minimale Steinerbäume —	377
11.6	Das Problem des Handlungsreisenden —	380
11.7	Literatur —	388
11.8	Aufgaben —	389
<b>12</b>	<b>Randomisierte Algorithmen —</b>	<b>397</b>
12.1	Einführung —	397
12.2	Analyse randomisierter Algorithmen —	399
12.3	Klassifikation von randomisierten Algorithmen —	400
12.4	Maximale Schnitte —	403
12.5	Eckenüberdeckungen —	406
12.6	Randomisiertes Runden —	409
12.6.1	Maximale unabhängige Mengen —	410
12.6.2	Mehrgüterflussprobleme —	412
12.6.3	Die ganzzahlige Lücke —	417
12.7	Minimale Schnitte —	418
12.7.1	Der Algorithmus von Karger —	419
12.7.2	Implementierung —	422
12.7.3	Der Algorithmus von Karger und Stein —	423
12.8	Sätze aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung —	426
12.9	Literatur —	427
12.10	Aufgaben —	428

## **Die Graphen an den Kapitelanfängen — 431**

## **Literatur — 437**

## **Stichwortverzeichnis — 443**