

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	ix
I Lineare Algebra	1
1 Lineare Gleichungssysteme	3
1.1 Gaußsches Eliminationsverfahren	3
1.2 Anwendungen	16
1.2.1 Interpolation von Daten	16
1.2.2 Mischungen und Konzentrationen	18
1.2.3 Geometrie	20
1.3 Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme	21
1.3.1 Wie viele Lösungen hat ein lineares Gleichungssystem?	21
1.3.2 Kern einer Matrix	25
1.3.3 Quadratische reguläre und singuläre Matrizen	29
1.3.4 Determinanten	34
1.4 Numerische Berechnungen mit OCTAVE	36
1.5 Übungsaufgaben	38
2 Reelle Vektorräume	43
2.1 Die Menge $\mathbb{R}^n$	43
2.1.1 Grundoperationen für Vektoren in $\mathbb{R}^n$	46
2.1.2 Der Vektorraum $\mathbb{R}^n$	49
2.1.3 Linearkombinationen	51
2.2 Lineare Unterräume von $\mathbb{R}^n$	54
2.2.1 Lineare Hülle von Vektoren	58
2.2.2 Lösungsmengen von linearen Gleichungssystemen	60

2.3	Lineare Unabhängigkeit	64
2.4	Basen und Dimension	69
2.4.1	Rang einer Matrix	74
2.4.2	Koordinaten	78
2.5	Übungsaufgaben	80
3	Lineare Abbildungen	85
3.1	Funktionen von Vektoren	85
3.2	Begriff der linearen Abbildung	88
3.3	Lineare Abbildungen und Matrizen	92
3.4	Kern und Bild einer linearen Abbildung	102
3.5	Komposition von linearen Abbildungen	107
3.6	Invertierung von linearen Abbildungen	114
3.7	Übungsaufgaben	116
4	Orthogonale Projektionen	119
4.1	Euklidische Norm und Skalarprodukt in $\mathbb{R}^n$	119
4.2	Orthogonalprojektionen und kleinste Quadrate	126
4.2.1	Der eindimensionale Fall	126
4.2.2	Der zweidimensionale Fall	131
4.2.3	Allgemeiner Fall und numerische Lösung	135
4.3	Anwendung: Diskrete Fourier-Datenanalyse	140
4.4	Übungsaufgaben	147
5	Eigenwertprobleme	155
5.1	Iterative Prozesse	155
5.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	165
5.2.1	Lösungsverfahren mittels charakteristischem Polynom	166
5.2.2	Numerische Lösung von Eigenwertproblemen	172
5.3	Nicht-negative Matrizen	174
5.3.1	Iterationen mit nicht-negativen Matrizen	174
5.3.2	Der Graph einer Matrix	176
5.3.3	Die Theorie von Perron-Frobenius	179
5.3.4	Langfristiges Verhalten	180
5.4	Anwendungen	182
5.4.1	Waldentwicklung	182
5.4.2	Leslie-Modelle in der Populationsbiologie	185
5.4.3	Soziale Beziehungsnetze	188

5.5	Übungsaufgaben	192
-----	----------------	-----

II Mehrdimensionale Differentialrechnung 197

6 Differentialrechnung in $\mathbb{R}^n$ 199

6.1	Skalare Funktionen über $\mathbb{R}^n$	199
6.2	Differenzieren in mehreren Veränderlichen	204
6.2.1	Partielle Ableitungen	205
6.2.2	Gradient einer skalaren Funktion	211
6.2.3	Linearisierung von skalaren Funktionen	215
6.2.4	Richtungsableitungen	218
6.3	Optimierung	222
6.3.1	Extremalsuche ohne Nebenbedingungen	223
6.3.2	Extremalsuche mit Nebenbedingung	227
6.4	Übungsaufgaben	233

7 Vektorfelder 239

7.1	Grafische Darstellung	239
7.2	Linearisierung	242
7.3	Stationäre Punkte	247
7.4	Übungsaufgaben	250

A Kurzeinführung in OCTAVE 253

B Lösungen zu den Übungsaufgaben 265

Index 339