

Inhaltsverzeichnis

1.	Anwendungen der Analysis	1
1.1	Folgen und Reihen	2
1.2	Funktionen	9
1.3	Grenzwerte von Funktionen und Stetigkeit	18
1.4	Differentialrechnung	23
1.5	Integralrechnung	37
2.	Folgen und Reihen	43
2.1	Definition und Darstellung von Folgen	43
2.1.1	Definition einer Folge	43
2.1.2	Bildungsgesetz	45
2.1.3	Summen-, Differenz-, Produkt- und Quotientenfolge	49
2.2	Definition einer Reihe	50
2.3	Arithmetische Folgen und Reihen	52
2.3.1	Arithmetische Folgen	52
2.3.2	Arithmetische Reihen	54
2.4	Geometrische Folgen und Reihen	56
2.4.1	Geometrische Folgen	56
2.4.2	Geometrische Reihen	61
2.5	Monotonie und beschränkte Folgen	63
2.5.1	Monotone Folgen	64
2.5.2	Beschränkte Folgen	67

XVI Inhaltsverzeichnis

2.6	Konvergenz bei Folgen	70
2.6.1	Beispiel für eine Nullfolge	70
2.6.2	ε -Umgebung von $a \in \mathbb{R}$	72
2.6.3	Nullfolgen	74
2.6.4	Folgen mit von Null verschiedenen Grenzwerten .	77
2.6.5	Eindeutigkeit des Grenzwertes, Divergenz	79
2.6.6	Konvergenz monotoner und beschränkter Folgen.	81
2.6.7	Berechnung von Grenzwerten	82
2.7	Konvergenz bei Reihen	85
2.8	Lösungen zu den Aufgaben in Kapitel 2	89
3.	Funktionen	101
3.1	Der Begriff der Funktion	101
3.1.1	Grundlegende Begriffe	101
3.1.2	Darstellung von Funktionen	104
3.1.3	Abschnittsweise definierte Funktionen	110
3.1.4	Monotonie und Beschränktheit	112
3.1.5	Umkehrfunktionen	117
3.1.6	Verknüpfung von Funktionen	123
3.2	Polynome und rationale Funktionen.....	126
3.2.1	Darstellung und Grad eines Polynoms.....	127
3.2.2	Nullstellen, Zerlegung in Linearfaktoren	131
3.2.3	Rationale Funktionen	138
3.3	Winkelfunktionen	141
3.3.1	Herleitung von Sinus- und Kosinusfunktion für Winkelmaße	142
3.3.2	Winkel im Bogenmaß	149
3.3.3	Sinus und Kosinus als reelle Funktionen	151
3.4	Exponential- und Logarithmusfunktion	157
3.4.1	Wachstums- und Zerfallsorgänge	157
3.4.2	Allgemeine Exponentialfunktion	158
3.4.3	Die Logarithmusfunktion	159
3.5	Lösungen zu den Aufgaben in Kapitel 3	163

4. Grenzwerte von Funktionen	173
4.1 Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	173
4.1.1 Einführende Beispiele	173
4.1.2 Definition des Grenzwertes einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	175
4.1.3 Rechnen mit Grenzwerten	180
4.1.4 Divergenz einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	183
4.2 Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	185
4.2.1 Definition des Grenzwertes einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	185
4.2.2 Rechnen mit Grenzwerten	192
4.2.3 Divergenz einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	194
4.3 Stetigkeit	196
4.3.1 Definition der Stetigkeit	197
4.3.2 Unstetigkeitsstellen und Definitionslücken	201
4.3.3 Globale Stetigkeit	202
4.3.4 Verknüpfung stetiger Funktionen	206
4.3.5 Einige Eigenschaften stetiger Funktionen	208
4.4 Lösungen zu den Aufgaben in Kapitel 4	213
5. Differentialrechnung	221
5.1 Die Steigung von Funktionen	221
5.2 Differenzierbarkeit	228
5.2.1 Definition der Differenzierbarkeit	228
5.2.2 Beispiele für differenzierbare Funktionen	229
5.2.3 Differenzierbarkeit und Stetigkeit	231
5.2.4 Die Ableitungsfunktion	234
5.2.5 Höhere Ableitungen	235
5.3 Berechnung von Ableitungen	238
5.3.1 Differentiationsregeln	238
5.3.2 Ableitung spezieller Funktionen	246

XVIII Inhaltsverzeichnis

5.4	Anwendung der Differentialrechnung	248
5.4.1	Monotonie und Extremwerte	248
5.4.2	Krümmungsverhalten einer Funktion	262
5.4.3	Systematische Kurvendiskussion	268
5.4.4	Extrema von Funktionen auf abgeschlossenen Intervallen	274
5.4.5	Angewandte Extremwert-Aufgaben	275
5.5	Lösungen zu den Aufgaben in Kapitel 5	279
6.	Integralrechnung	295
6.1	Die Aufgaben der Integralrechnung	295
6.2	Das unbestimmte Integral	296
6.3	Das Flächeninhaltsproblem und das bestimmte Integral	303
6.4	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	316
6.5	Berechnung und Interpretation von bestimmten Integralen	320
6.6	Lösungen zu den Aufgaben in Kapitel 6	331
A.	Zahlen und Terme	337
A.1	Zahlen und Terme	337
A.1.1	Ganze Zahlen	337
A.1.2	Terme	340
A.1.3	Rationale Ausdrücke	344
A.2	Lineare Gleichungen und Ungleichungen	347
A.2.1	Lineare Gleichungen	347
A.2.2	Umformen linearer Gleichungen	348
A.2.3	Anordnung rationaler Zahlen	353
A.2.4	Umformen linearer Ungleichungen	356
A.3	Potenzen und Wurzeln	358
A.3.1	Potenzen mit ganzzahligem Exponenten	358
A.3.2	Wurzeln und reelle Zahlen	360

A.3.3	Potenzen mit rationalen Exponenten	363
A.4	Nichtlineare Gleichungen	365
A.4.1	Quadratische Gleichungen	365
A.4.2	Andere einfache nichtlineare Gleichungen	367
A.5	Logarithmen	370
A.5.1	Begriff des Logarithmus	370
A.5.2	Rechenregeln für Logarithmen	372
A.6	Lösungen zu den Aufgaben in Anhang A	373
B.	Aussagenlogik, Mengen und Zahlenbereiche	379
B.1	Aussagenlogik	379
B.1.1	Aussagen und Wahrheitswerte	379
B.1.2	Aussageform	381
B.1.3	Konjunktion und Disjunktion	385
B.1.4	Negation	388
B.1.5	Implikation und Äquivalenz	393
B.2	Mengen	396
B.2.1	Mengen und ihre Schreibweise	397
B.2.2	Mengendiagramme	401
B.2.3	Gleichheit von Mengen	402
B.2.4	Teilmengen	403
B.2.5	Leere Menge	406
B.2.6	Schnittmenge und Vereinigungsmenge	407
B.2.7	Differenz von Mengen	410
B.2.8	Mengen geordneter Paare, Koordinatensystem	412
B.3	Zahlenmengen	417
B.3.1	Die natürlichen Zahlen	417
B.3.2	Die ganzen Zahlen	418
B.3.3	Die rationalen Zahlen	419
B.3.4	Die reellen Zahlen	420
B.3.5	Die komplexen Zahlen	421
B.4	Lösungen zu den Aufgaben in Anhang B	425

XX	Inhaltsverzeichnis
Stichwortverzeichnis 431
Literaturverzeichnis 437