

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	1
1.1	Logische Grundlagen	2
1.2	Grundlagen der Mengenlehre	10
1.3	Abbildungen	17
1.4	Die natürlichen Zahlen und die vollständige Induktion	18
1.5	Ganze, rationale und reelle Zahlen	25
1.6	Ungleichungen und Beträge	31
1.7	Komplexe Zahlen	40
1.8	Aufgaben	60
2	Analysis von Funktionen einer Veränderlichen	63
2.1	Begriff der Funktion	64
2.2	Eigenschaften von Funktionen	71
2.3	Elementare Funktionen	75
2.4	Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen	79
2.5	Eigenschaften stetiger Funktionen	102
2.6	Differenzierbarkeit von Funktionen	108
2.7	Lineare Approximation und Differential	116
2.8	Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	120
2.9	Taylor-Formel und der Satz von Taylor	126
2.10	Extremalprobleme	132
2.11	Banachscher Fixpunktsatz und Newton-Verfahren	136
2.12	Kurven im $\mathbb{R}^2$	143
2.13	Integralrechnung	154
2.14	Volumen und Oberfläche von Rotationskörpern	185
2.15	Parameterintegrale	187
2.16	Uneigentliche Integrale	189
2.17	Numerische Integration	200
2.18	Interpolation	204
2.19	Aufgaben	211

8.11	Aufgaben	719
9	Partielle Differentialgleichungen	723
9.1	Was ist eine partielle Differentialgleichung?	724
9.2	Partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung	725
9.3	Beispiele von partiellen Differentialgleichungen aus der Physik	729
9.4	Wellengleichung	732
9.5	Wärmeleitungsgleichung	766
9.6	Potentialgleichung	774
9.7	Entdimensionierung von partiellen Differentialgleichungen	781
9.8	Aufgaben	784
10	Funktionentheorie	787
10.1	Komplexe Funktionen	788
10.2	Differentiation komplexer Funktionen	791
10.3	Elementare komplexe Funktionen und Potenzreihen	795
10.4	Konforme Abbildungen	798
10.5	Integration komplexer Funktionen	802
10.6	Reihenentwicklungen komplexer Funktionen	811
10.7	Behandlung von Singularitäten und der Residuensatz	813
10.8	Berechnung von Integralen mit Hilfe des Residuensatzes	820
10.9	Harmonische Funktionen	827
10.10	Aufgaben	833
11	Integraltransformationen	835
11.1	Definition von Integraltransformationen	836
11.2	FOURIER-Transformation	839
11.3	Umkehrung der FOURIER-Transformation	844
11.4	Eigenschaften der FOURIER-Transformation	845
11.5	Anwendung der FOURIER-Transformation auf partielle Differentialgleichungen	848
11.6	LAPLACE-Transformation	850
11.7	Inverse LAPLACE-Transformation	854
11.8	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	857
11.9	Praktische Arbeit mit der LAPLACE-Transformation und der Rücktransformation	865
11.10	3-Transformation	873
11.11	Aufgaben	883
12	Variationsrechnung und Optimierung	887
12.1	Einige mathematische Grundlagen	888
12.2	Funktionale auf Banach-Räumen	892

12.3	Variationsprobleme auf linearen Mannigfaltigkeiten	905
12.4	Klassische Variationsrechnung	910
12.5	Einige Variationsaufgaben	914
12.6	Natürliche Randbedingungen und Transversalität	921
12.7	Isoperimetrische Variationsprobleme	925
12.8	Funktionale mit mehreren Veränderlichen	927
12.9	Aufgaben	928
13	Elemente der Tensorrechnung	931
13.1	Tensoralgebra	932
13.2	Tensoranalysis	948
13.3	Aufgaben	959
14	Wahrscheinlichkeitsrechnung	961
14.1	Zufällige Ereignisse	961
14.2	Wahrscheinlichkeit zufälliger Ereignisse	968
14.3	Zufallsgrößen	979
14.4	Zufällige Vektoren	996
14.5	Aufgaben	1025
15	Statistik	1027
15.1	Stichproben	1027
15.2	Punktschätzung	1032
15.3	Intervallschätzung	1038
15.4	Statistische Tests	1051
15.5	Korrelations- und Regressionsanalyse	1062
15.6	Aufgaben	1072
16	Einige Grundlagen des maschinellen Lernens	1075
16.1	Überwachtes Lernen am Beispiel eines vollständig verbundenen Feedforward-Netzwerks	1078
16.2	Überwachtes Lernen mit einem Konvolutions-Neuronalen-Netzwerk (Convolutional neural network)	1083
16.3	Das Training von neuronalen Netzwerken	1089
16.4	Gradientenverfahren im Training von neuronalen Netzwerken	1093
16.5	Nicht-überwachtes Lernen	1100
16.6	Was wir unter anderem „verschwiegen“ haben	1103
16.7	Abschließende Bemerkungen	1106
16.8	Weiterführende Methoden	1110
16.9	Literatur zum Thema „deep learning“	1110
16.10	Aufgaben	1111

A Formelkompendium	1113
B Octave/MATLAB	1125
C Literaturhinweise	1143
Stichwortverzeichnis	1147