

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	1
1.1	Instrumente der Elementarmathematik	2
1.1.1	Zahlbereiche, Zahlendarstellung	2
1.1.2	Rechnen mit Zahlen	4
1.1.3	Bruchrechnung	7
1.1.4	Potenzrechnung	10
1.1.5	Binomische Formeln, Partialdivision	12
1.1.6	Wurzelrechnung	16
1.1.7	Logarithmenrechnung	17
1.1.8	Rechenregeln und Auflösung von Gleichungen	19
1.1.9	Koordinatensysteme	24
1.1.10	Winkelbeziehungen	26
1.1.11	Komplexe Zahlen	27
1.2	Darstellung von Funktionen einer Variablen	29
1.2.1	Formen der Darstellung	31
1.2.2	Operationen mit Funktionen	33
1.2.3	Wichtige spezielle Funktionen	36
1.3	Ergänzende Fragen	49
1.3.1	Intervalle	49
1.3.2	Auflösung von Ungleichungen	50
1.3.3	Absolute Beträge	52
1.4	Analytische Geometrie	54
1.4.1	Geradengleichungen in der Ebene	55
1.4.2	Geraden und Ebenen im Raum	60
1.4.3	Grafische Darstellung von Ungleichungssystemen	62
1.5	Zahlenfolgen und Zahlenreihen	64
1.5.1	Grundbegriffe	64
1.5.2	Arithmetische Folgen und Reihen	66
1.5.3	Geometrische Folgen und Reihen	67

1.5.4	Grenzwerte von Zahlenfolgen	69
1.5.5	Konvergenz von Reihen	72
	Literatur	73
2	Logik und Mengenlehre	75
2.1	Aussagenlogik	75
2.1.1	Aussagen	75
2.1.2	Aussagenverbindungen	77
2.1.3	Quantoren	80
2.1.4	Einfache Schlussweisen	81
2.2	Mengenlehre	84
2.2.1	Grundbegriffe	84
2.2.2	Mengenrelationen	86
2.2.3	Mengenoperationen	87
2.2.4	Abbildungen und Funktionen	89
	Literatur	92
3	Finanzmathematik	93
3.1	Zins- und Zinseszinsrechnung	94
3.1.1	Einfache Verzinsung	94
3.1.2	Zinseszinsrechnung	97
3.1.3	Grundaufgaben der Zinseszinsrechnung	98
3.1.4	Methoden der mehrperiodigen Investitionsrechnung	100
3.1.5	Gemischte Verzinsung	103
3.1.6	Unterjährige Verzinsung	104
3.2	Rentenrechnung	106
3.2.1	Grundbegriffe der Rentenrechnung	106
3.2.2	Vorschüssige Renten	108
3.2.3	Nachschüssige Renten	109
3.2.4	Grundaufgaben der Rentenrechnung	110
3.2.5	Ewige Rente	112
3.3	Tilgungsrechnung	114
3.3.1	Grundbegriffe, Formen der Tilgung	114
3.3.2	Ratentilgung	115
3.3.3	Annuitätentilgung	116
3.3.4	Tilgungspläne	118
3.4	Renditeberechnung	120
3.4.1	Effektivzinssatz gemäß Preisangabenverordnung	120
3.4.2	Vermischte Aufgaben der Renditeberechnung	123
	Literatur	127

4	Lineare Algebra	129
4.1	Matrizen. Vektoren. Vektorräume	129
4.1.1	Begriff der Matrix	129
4.1.2	Spezielle Matrizen	131
4.1.3	Matrizenrelationen	133
4.1.4	Operationen mit Matrizen	135
4.1.5	Lineare Vektorräume	137
4.2	Matrizenmultiplikation	139
4.2.1	Skalarprodukt	139
4.2.2	Produkt von Matrizen	140
4.2.3	Eigenschaften der Matrizenmultiplikation	143
4.2.4	Anwendungen der Matrizenmultiplikation	144
4.3	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	151
4.3.1	Begriff des linearen Gleichungssystems	151
4.3.2	Darstellungsformen von LGS	152
4.3.3	Begriff der Lösung eines LGS	154
4.3.4	Lineare Gleichungssysteme mit Einheitsmatrix	156
4.3.5	Elementare Umformungen eines LGS	158
4.4	Gauß'scher Algorithmus	159
4.4.1	Anwendung elementarer Umformungen	159
4.4.2	Ablaufplan des Gauß'schen Algorithmus	162
4.4.3	Lösungsdarstellung	164
4.4.4	Numerische Aspekte	166
4.4.5	Zusammenfassende Bemerkungen	167
4.5	Lineare Unabhängigkeit	170
4.5.1	Linearkombination	170
4.5.2	Begriff der linearen Unabhängigkeit	173
4.5.3	Basis und Rang	176
4.5.4	Zur Lösungsstruktur linearer Gleichungssysteme	179
4.6	Matrizeninversion	180
4.6.1	Definition der inversen Matrix	180
4.6.2	Anwendungen der Matrizeninversion	184
4.7	Determinanten	189
4.7.1	Definition der Determinante	189
4.7.2	Eigenschaften von Determinanten	193
4.7.3	Anwendungen der Determinantenrechnung	196
4.7.4	Definitheit von Matrizen	198
4.7.5	Die Cramer'sche Regel	201
4.7.6	Zusammenfassende Bemerkungen	202
	Literatur	203

5	Lineare Optimierung	205
5.1	Gegenstand der linearen Optimierung	206
5.1.1	Betrachtung einer Modellsituation	207
5.1.2	Bestandteile einer LOA. Lösungsbegriff	208
5.2	Modellierung und grafische Lösung von LOA	210
5.2.1	Modellierung typischer Problemstellungen	211
5.2.2	Grafische Lösung von LOA	217
5.3	Theorie der linearen Optimierung	226
5.3.1	Überführung in die Gleichungsform	226
5.3.2	Basislösungen und Eckpunkte	232
5.3.3	Eigenschaften von LOA	235
5.4	Simplexmethode für Optimierungsaufgaben in Gleichungsform	237
5.4.1	Grundidee	237
5.4.2	Auswahl der aufzunehmenden Basisvariablen	240
5.4.3	Auswahl der auszuschließenden Basisvariablen	242
5.4.4	Ablaufplan des Simplexalgorithmus	244
5.4.5	Beispiele. Rechenkontrollen	247
5.4.6	Sonderfälle	251
5.5	Zwei-Phasen-Methode	254
5.5.1	Grundidee	255
5.5.2	Mögliche Fälle	256
5.5.3	Beispiele	258
5.6	Dualität in der linearen Optimierung	261
5.6.1	Konstruktion der dualen Aufgabe	261
5.6.2	Dualitätsbeziehungen	264
5.6.3	Ökonomische Interpretation der Dualvariablen	267
	Literatur	272
6	Differenzialrechnung für Funktionen einer Variablen	275
6.1	Grenzwert und Stetigkeit	276
6.1.1	Grenzwert von Funktionen	276
6.1.2	Stetigkeit von Funktionen	279
6.1.3	Eigenschaften stetiger Funktionen	280
6.2	Die Ableitung einer Funktion	281
6.2.1	Das Tangentenproblem	283
6.2.2	Differenzial	286
6.2.3	Differenziationsregeln	287
6.2.4	Höhere Ableitungen	291
6.2.5	Taylor-Entwicklung einer Funktion	292
6.3	Untersuchung von Funktionen mithilfe von Ableitungen	297
6.3.1	Monotonie und Beschränktheit	297
6.3.2	Extremwerte	300

6.3.3	Wendepunkte, Krümmungsverhalten	304
6.3.4	Kurvendiskussion	309
6.3.5	Beispiele zur Kurvendiskussion	311
6.3.6	Anwendungen in der Marginalanalyse	315
6.4	Numerische Methoden der Nullstellenberechnung	321
6.4.1	Intervallhalbierung	323
6.4.2	Sekantenverfahren, Regula Falsi	325
6.4.3	Newton-Verfahren	326
	Literatur	328
7	Funktionen mehrerer Veränderlicher	331
7.1	Begriff und Beispiele	331
7.1.1	Funktionsbegriff	331
7.1.2	Beispiele für Funktionen mehrerer Veränderlicher	333
7.2	Grenzwert und Stetigkeit	336
7.3	Differenziation von Funktionen mehrerer Veränderlicher	342
7.3.1	Begriff der Differenzierbarkeit	342
7.3.2	Partielle Ableitungen und Elastizitäten	343
7.3.3	Gradient einer Funktion, Verschiedene Interpretationen	347
7.3.4	Partielle Ableitungen höherer Ordnung, Hesse-Matrix	351
7.3.5	Vollständiges Differenzial	353
7.3.6	Implizite Funktionen	355
	Literatur	360
8	Extremwerte von Funktionen mehrerer Veränderlicher	363
8.1	Extremwerte ohne Nebenbedingungen	364
8.1.1	Notwendige und hinreichende Extremwertbedingungen	364
8.1.2	Beispiele	368
8.2	Extremwerte unter Nebenbedingungen	371
8.2.1	Allgemeine Aufgabenformulierung	372
8.2.2	Die Eliminationsmethode	373
8.2.3	Die Lagrange-Methode	379
8.2.4	Interpretation der Lagrange'schen Multiplikatoren	387
8.3	Methode der kleinsten Quadratsumme	389
8.3.1	Problemstellung, Lineare Regression	389
8.3.2	Allgemeinere Ansatzfunktionen	395
	Literatur	400
9	Integralrechnung	401
9.1	Das unbestimmte Integral	402
9.1.1	Integration von Funktionen einer Veränderlichen	402
9.1.2	Integrationsregeln	403
9.2	Das bestimmte Integral	405

9.2.1	Integralbegriff für Funktionen einer Variablen	406
9.2.2	Integrierbarkeit. Eigenschaften bestimmter Integrale	408
9.2.3	Numerische Integration	411
9.2.4	Uneigentliche Integrale	413
9.2.5	Doppelintegral	415
9.3	Anwendungen der Integralrechnung und kurzer Ausblick auf Differenzialgleichungen	418
9.3.1	Untersuchung von Wachstumsprozessen	418
9.3.2	Kurzer Ausblick auf Differenzialgleichungen	421
	Literatur	423
10	Lösungen zu den Aufgaben	425
11	Klausurbeispiel	449
11.1	Klausuraufgaben	449
11.2	Klausurlösungen	455
	Stichwortverzeichnis	463