

Ina Kersten

Mathematische Grundlagen in
Biologie und Geowissenschaften
Kurs 2004/2005

T_EX-Bearbeitung von Ben Müller
und Christian Kierdorf



Universitätsdrucke Göttingen
2004

Inhaltsverzeichnis

Zahlen und Abbildungen	10
1 Aufbau des Zahlsystems	10
1.1 Natürliche Zahlen	10
1.2 Ganze Zahlen	11
1.3 Rationale Zahlen	11
1.4 Reelle Zahlen	12
1.5 Komplexe Zahlen	14
1.6 Der n -dimensionale Raum	16
1.7 Aufgaben	17
2 Abbildungen	19
2.1 Definitionsbereich und Wertemenge	19
2.2 Injektive, surjektive und bijektive Abbildungen	19
2.3 Umkehrabbildung	21
2.4 Kompositum von Abbildungen	22
2.5 Aufgaben	22
Analysis	23
3 Folgen und Grenzwerte	23
3.1 Beispiele	23
3.2 Konvergenz von Folgen	25
3.3 Nullfolgen	27
3.4 Summenschreibweise	27
3.5 Ratenzahlungen	28
3.6 Geometrische Reihe	28
3.7 Unendliche Reihen	29
3.8 Majorantenkriterium für unendliche Reihen	30
3.9 Bestimmte Divergenz gegen $\pm\infty$	30
3.10 Aufgaben	31
4 Stetige Funktionen	33
4.1 Der Funktionsbegriff	33

4.2	Der Graph einer Funktion	33
4.3	Grenzwerte von Funktionen	34
4.4	Stetigkeit	35
4.5	Umkehrfunktion	36
4.6	Lineare Funktionen	37
4.7	Quadratische Funktionen	38
4.8	Gerade und ungerade Funktionen	39
4.9	Die Betragsfunktion	39
4.10	Sinus und Cosinus	40
4.11	Die Exponentialfunktion	43
4.12	Gaußsche Glockenkurve	45
4.13	Allgemeine Potenz	45
4.14	Aufgaben	46
5	Differentialrechnung	49
5.1	Differenzenquotient	49
5.2	Differentialquotient	49
5.3	Differenzierbare Funktionen	50
5.4	Beispiele	51
5.5	Differentiationsregeln	52
5.6	Umkehrregel	53
5.7	Berechnung einiger Ableitungen	53
5.8	Mittelwertsatz	55
5.9	Lokale Extrema	56
5.10	Kurvendiskussion	57
5.11	Aufgaben	58
5.12	Ableitungstest	60
6	Integralrechnung	61
6.1	Integrierbarkeit	61
6.2	Mittelwertsatz	62
6.3	Stammfunktion	63
6.4	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	63
6.5	Konventionen	64
6.6	Berechnung einiger Integrale	64
6.7	Partielle Integration	65
6.8	Substitutionsmethode	65
6.9	Uneigentliche Integrale	66
6.10	Integrale mit unendlichen Grenzen	68
6.11	Aufgaben	69
7	Differentialgleichungen 1. Ordnung	71
7.1	Was ist eine Differentialgleichung?	71
7.2	Trennung der Variablen	72
7.3	Übersicht von Differentialgleichungen 1. Ordnung	73

7.4	Die Differentialgleichung $y' = a(x)y$	74
7.5	Übungsbeispiel	75
7.6	Anwendungsbeispiel	75
7.7	Aufgaben	76
8	Kurven im \mathbb{R}^n	77
9	Funktionen mehrerer Veränderlicher	79
9.1	Reellwertige Funktionen	79
9.2	Der Graph einer Funktion	80
9.3	Stetigkeit	82
9.4	Offene Mengen im \mathbb{R}^n	82
9.5	Partielle Ableitungen	83
9.6	Höhere partielle Ableitungen	85
9.7	Extremalstellen	86
9.8	Extremalbedingungen bei zwei Veränderlichen	86
9.9	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	88
9.10	Aufgaben	91
Diskrete Mathematik		93
10	Kombinatorik	93
10.1	Anzahl geordneter k -Tupel ohne Wiederholung	93
10.2	Anzahl geordneter k -Tupel mit Wiederholung	94
10.3	Anzahl von k -Kombinationen mit Wiederholung	95
10.4	Anzahl von k -Kombinationen ohne Wiederholung	96
10.5	Zusammenfassung der Ergebnisse	97
10.6	Urnenmodell	97
10.7	Binomialkoeffizienten	98
10.8	Anzahl der Teilmengen einer endlichen Menge	99
10.9	Binomialsatz	99
10.10	Ein weiteres kombinatorisches Problem	100
10.11	Polynomialsatz	101
10.12	Aufgaben	101
11	Rekursionsprobleme	103
11.1	Fibonacci-Problem 1202	103
11.2	Fibonacci-Rekursion	104
11.3	Weitere Rekursionen	105
11.4	Kubische Gleichungen	107
11.5	Aufgaben	108
Lineare Algebra		109
12	Vektorrechnung	109
12.1	Vektoren im \mathbb{R}^n	110
12.2	Addition von Vektoren	111

12.3	Multiplikation mit einem Skalar	111
12.4	Skalarprodukt	113
12.5	Orthonormalbasis	114
12.6	Normierung auf Länge 1	115
12.7	Beispiel	116
12.8	Lineare Unabhängigkeit und Basis	117
12.9	Vektorprodukt	118
12.10	Spatprodukt	119
12.11	Aufgaben	120
13	Matrizenrechnung	122
13.1	Definition	122
13.2	Addition von Matrizen und Skalarmultiplikation	123
13.3	Produkt von Matrizen	124
13.4	Diagonalmatrizen	125
13.5	Transponierte Matrix	126
13.6	Determinante	126
13.7	Determinante einer 3×3 -Matrix	128
13.8	Regeln für die Determinante	131
13.9	Formel für die inverse Matrix	132
13.10	Aufgaben	133
14	Lineare Gleichungssysteme	136
14.1	Geraden im \mathbb{R}^2	136
14.2	Lineare Gleichungssysteme mit 2 Unbekannten	137
14.3	Matrzenschreibweise	139
14.4	Gaußscher Algorithmus	140
14.5	Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	144
14.6	Cramersche Regel	145
14.7	Aufgaben	146
15	Lineare Abbildungen	148
15.1	Definition	148
15.2	Bemerkung	148
15.3	Beispiele für lineare Abbildungen	148
15.4	Darstellung durch Matrizen	150
15.5	Eigenwerte und Eigenvektoren	151
15.6	Aufgaben	155
Resultate der Aufgaben		157
Symbolverzeichnis		167
Literaturverzeichnis		169
Index		171