

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	VII
Überblick über Band 1	XIII
1 Hin zur Schrödinger-Gleichung	1
1.1 Wie findet man eine neue Theorie?	1
1.2 Von der Dispersionsrelation zur Schrödinger-Gleichung	3
1.2.1 Von der Wellengleichung zur Dispersionsrelation	3
1.2.2 Von der Dispersionsrelation zur Schrödinger-Gleichung	7
1.3 Aufgaben	9
2 Polarisation	11
2.1 Licht als Welle	12
2.1.1 Typische Form einer elektromagnetischen Welle	12
2.1.2 Lineare und zirkulare Polarisation	13
2.1.3 Von der Polarisation zum Zustandsraum	15
2.2 Licht als Photon	18
2.2.1 Einzelne Photonen und Polarisation	19
2.2.2 Messung der Polarisation einzelner Photonen	20
2.3 Aufgaben	24
3 Mehr zur Schrödinger-Gleichung	25
3.1 Eigenschaften der Schrödinger-Gleichung	25
3.2 Die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung	27
3.3 Operatoren	29
3.3.1 Klassische Zahlen, quantenmechanische Operatoren	31
3.3.2 Vertauschbarkeit von Operatoren, Kommutatoren	33
3.4 Aufgaben	35

4 Komplexe Vektorräume und Quantenmechanik	37
4.1 Norm, Bracket-Notation	38
4.2 Orthogonalität, Orthonormalität	40
4.3 Vollständigkeit	41
4.4 Projektionsoperatoren, Messung	43
4.4.1 Projektionsoperatoren	43
4.4.2 Messung und Eigenwerte	46
4.4.3 Zusammenfassung	48
4.5 Aufgaben	48
5 Zwei einfache Lösungen der Schrödinger-Gleichung	51
5.1 Unendlich hoher Potenzialtopf	51
5.1.1 Lösung der stationären Schrödinger-Gleichung, Energiequantisierung	52
5.1.2 Lösung der zeitabhängigen Schrödinger-Gleichung	55
5.1.3 Eigenschaften der Eigenfunktionen und Folgerungen	56
5.1.4 Bestimmung der Koeffizienten c_n	58
5.2 Freie Bewegung	60
5.2.1 Allgemeine Lösung	60
5.2.2 Beispiel Gauß-Verteilung	61
5.3 Allgemeines Potenzial	63
5.4 Aufgaben	66
6 Wechselwirkungsfreie Quantenmessung	69
6.1 Experimentelle Befunde	70
6.1.1 Klassische Lichtstrahlen und Teilchen im Mach-Zehnder-Interferometer	70
6.1.2 Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer	72
6.2 Formale Beschreibung, unitäre Operatoren	75
6.2.1 Erster Zugang	75
6.2.2 Zweiter Zugang (Operatoren)	76
6.3 Schlussbemerkungen	78
6.3.1 Erweiterungen	79
6.3.2 Wie wechselwirkungsfrei ist die ‚wechselwirkungsfreie‘ Quantenmessung?	80
6.4 Aufgaben	81
7 Aufenthaltswahrscheinlichkeit	83
7.1 Aufenthaltswahrscheinlichkeit und Messung	84
7.1.1 Beispiel unendlich hoher Potenzialtopf	84
7.1.2 Gebundene Systeme	85
7.1.3 Freie Systeme	89
7.2 Reelle Potenziale	90
7.3 Wahrscheinlichkeitsstromdichte	92
7.4 Aufgaben	94

8	Neutrinooszillationen	95
8.1	Das Neutrinoproblem	95
8.2	Modellierung der Neutrinooszillationen	96
8.2.1	Zustände	96
8.2.2	Zeitentwicklung	97
8.2.3	Zahlenwerte	98
8.2.4	Dreidimensionale Neutrinooszillationen	99
8.3	Verallgemeinerungen	100
8.3.1	Hermitesche Operatoren	100
8.3.2	Zeitentwicklung und Messung	102
8.4	Aufgaben	103
9	Erwartungs-, Mittel-, Messwerte	105
9.1	Mittel- und Erwartungswerte	105
9.1.1	Mittelwerte von klassischen Messungen	105
9.1.2	Erwartungswert des Ortes in der Quantenmechanik	106
9.1.3	Erwartungswert des Impulses in der Quantenmechanik	107
9.1.4	Allgemeine Definition des Erwartungswertes	109
9.1.5	Varianz, Standardabweichung	111
9.2	Hermitesche Operatoren	112
9.2.1	Hermitesche Operatoren haben reelle Eigenwerte	113
9.2.2	Eigenfunktionen zu verschiedenen Eigenwerten sind zueinander orthogonal	114
9.3	Zeitverhalten, Erhaltungsgrößen	115
9.3.1	Zeitverhalten von Erwartungswerten	115
9.3.2	Erhaltungsgrößen	116
9.3.3	Ehrenfestsches Theorem	117
9.4	Aufgaben	118
10	Zwischenhalt; Quantenkryptografie	121
10.1	Überblick	121
10.2	Zusammenfassung und offene Fragen	121
10.2.1	Zusammenfassung	122
10.2.2	Offene Fragen	125
10.3	Quantenkryptografie	126
10.3.1	Einführung	127
10.3.2	One-time-pad	128
10.3.3	BB84-Protokoll ohne Eve	130
10.3.4	BB84-Protokoll mit Eve	132
11	Abstrakte Schreibweise	137
11.1	Hilbertraum	137
11.1.1	Wellenfunktion und Koordinatenvektor	137
11.1.2	Skalarprodukt	139
11.1.3	Hilbertraum	141

11.2	Matrizenmechanik	142
11.3	Abstrakte Formulierung	143
11.4	Konkret – abstrakt	147
11.5	Aufgaben	149
12	Kontinuierliche Spektren	151
12.1	Uneigentliche Vektoren	152
12.2	Orts- und Impulsdarstellung	157
12.3	Fazit	161
12.4	Aufgaben	162
13	Operatoren	163
13.1	Hermitesche Operatoren, Observable	164
13.1.1	Drei wichtige Eigenschaften hermitescher Operatoren	165
13.1.2	Unschärferelationen	168
13.1.3	Entartete Spektren	171
13.2	Unitäre Operatoren	172
13.2.1	Unitäre Transformationen	172
13.2.2	Funktionen von Operatoren, Zeitentwicklungsoperator	173
13.3	Projektionsoperatoren	175
13.3.1	Spektraldarstellung	176
13.3.2	Projektion und Eigenschaft	177
13.3.3	Messung	178
13.4	Systematik der Operatoren	179
13.5	Aufgaben	180
14	Postulate der Quantenmechanik	185
14.1	Postulate	186
14.1.1	Zustände, Zustandsraum (Frage 1)	187
14.1.2	Wahrscheinlichkeitsamplituden, Wahrscheinlichkeiten (Frage 2)	188
14.1.3	Physikalische Größen und hermitesche Operatoren (Frage 2)	188
14.1.4	Messung und Zustandsreduktion (Frage 2)	189
14.1.5	Zeitliche Entwicklung (Frage 3)	191
14.2	Einige offene Probleme	192
14.3	Schlussbemerkungen	197
14.3.1	Postulate als Rahmen der Quantenmechanik	197
14.3.2	Ausblick	198
14.4	Aufgaben	198

Anhang

A Abkürzungen und Notationen	201
B Einheiten und Konstanten	205
B.1 Einheitensysteme	205
B.1.1 Plancksche Einheiten	205
B.1.2 Theoretische Einheiten (Einheiten der Hochenergiephysik)	206
B.1.3 Atomare Einheiten	206
B.1.4 Energieeinheiten	207
B.2 Einige Konstanten	208
B.3 Dimensionsanalyse	209
B.4 Zehnerpotenzen und Abkürzungen	209
B.5 Das griechische Alphabet	210
C Komplexe Zahlen	211
C.1 Rechnen mit komplexen Zahlen	211
C.2 Sind komplexe Zahlen unanschaulicher als reelle Zahlen?	215
C.3 Aufgaben	217
D Aus der Analysis 1	221
D.1 Eine reelle unabhängige Variable	221
D.1.1 Taylorentwicklung	221
D.1.2 Regel von L'Hôpital	223
D.1.3 Mittelwertsatz der Integralrechnung	223
D.2 Mehrere reelle unabhängige Variable	224
D.2.1 Differenziation	224
D.2.2 Taylorreihe	225
D.2.3 Vektoralgebra	226
D.3 Koordinatensysteme	228
D.3.1 Polarkoordinaten	228
D.3.2 Zylinderkoordinaten	229
D.3.3 Kugelkoordinaten	230
D.4 Aufgaben	234
E Aus der Analysis 2	237
E.1 Differenzialgleichungen: Allgemeines	237
E.2 Gewöhnliche Differenzialgleichungen	238
E.3 Partielle Differenzialgleichungen	240
E.4 Aufgaben	242
F Aus der linearen Algebra 1	245
F.1 Vektoren (reell, dreidimensional)	245
F.1.1 Basis, lineare Unabhängigkeit	245
F.1.2 Skalar- und Vektorprodukt	246
F.1.3 Polare und axiale Vektoren	247

F.2	Matrizenrechnung	248
F.2.1	Spezielle Matrizen	251
F.2.2	Eigenwertproblem	254
F.2.3	Noch eine Bemerkung zu hermiteschen Matrizen	256
F.3	Aufgaben	256
G	Aus der linearen Algebra 2	263
G.1	Gruppen	263
G.2	Vektorraum	264
G.3	Skalarprodukt	265
G.4	Norm	266
G.5	Metrik	267
G.6	Schwarzsche Ungleichung	267
G.7	Orthogonalität	268
G.8	Hilbertraum	268
G.9	C^* -Algebra	270
G.10	Aufgaben	271
H	Fouriertransformation und Deltafunktion	275
H.1	Fouriertransformation	275
H.2	Die Deltafunktion	276
H.2.1	Formale Herleitung	277
H.2.2	Anschauliche Herleitung der Deltafunktion	278
H.2.3	Beispiele, Eigenschaften, Anwendungen	280
H.2.4	Deltafunktion und Laplace-Operator	281
H.3	Fourierreihe	283
H.4	Diskrete und Quantenfouriertransformation	284
H.5	Aufgaben	286
I	Operatoren	295
I.1	Norm, Definitionsgebiet	295
I.1.1	Norm	295
I.1.2	Beschränkte Operatoren	296
I.1.3	Definitionsgebiet	296
I.2	Hermitesch, selbstadjungiert	297
I.2.1	Definitionen und Unterschiede	297
I.2.2	Zwei Beispiele	298
I.2.3	Sprachgebrauch	301
I.3	Unitäre Operatoren, Theorem von Stone	302
I.3.1	Theorem von Stone	303
I.3.2	Unitär oder hermitesch?	303
I.4	Unschärferelation	305
I.4.1	Herleitung 1	305
I.4.2	Herleitung 2	306
I.4.3	Bemerkungen zur Unschärferelation	307

I.5	Hermitescher Operator, Observable	309
I.6	Aufgaben	310
J	Vom Quantenhüpfen zur Schrödinger-Gleichung	317
K	Phasenverschiebung am Strahlteiler	323
L	Quanten-Zenon-Effekt	325
L.1	Instabile Systeme	326
L.2	Einfache Modellrechnung	326
L.3	Wechselwirkungsfreie Quantenmessung mit Quanten-Zenon-Effekt	328
M	Delayed choice, Quantenradierer	333
M.1	Delayed-Choice-Experimente	333
M.1.1	Aufbau 1	334
M.1.2	Aufbau 2	335
M.2	Quantenradierer	336
N	Kontinuitätsgleichung	339
O	Zur Varianz	341
O.1	Varianz, Momente	341
O.2	Erwartungs- und Mittelwert	342
O.3	Diskret – kontinuierlich	342
O.4	Standardabweichung in der Quantenmechanik	343
O.4.1	Beispiel Zwei-Zustands-System	343
O.4.2	Allgemeiner Fall	344
P	Zur Quantenkryptografie	345
P.1	Überprüfung des Schlüssels	345
P.2	Ein kleines Beispiel	347
Q	Schrödinger-, Heisenberg- und Wechselwirkungsbild	351
R	Zu den Postulaten der Quantenmechanik	355
R.1	Postulat, Axiom, Regel?	355
R.2	Formulierungen verschiedener Autoren	356
R.2.1	J. Audretsch	357
R.2.2	J.-L. Basdevant, J. Dalibard	358
R.2.3	D.R. Bes	359
R.2.4	B.H. Bransden, C.J. Joachain	360
R.2.5	C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë	360
R.2.6	K. Gottfried, T.-M. Yan	361
R.2.7	C.J. Isham	362
R.2.8	M. LeBellac	362
R.2.9	G. Münster	363

R.2.10	W. Nolting	364
R.2.11	H. Schulz	364
R.2.12	F. Schwabl	366
R.2.13	H. Rollnik	366
S	System und Messung – einige Begriffe	369
S.1	System – isoliert, abgeschlossen, offen	369
S.2	Messung	371
T	Aufgaben und Lösungen	375
T.1	Aufgaben Kap. 1	375
T.2	Aufgaben Kap. 2	378
T.3	Aufgaben Kap. 3	379
T.4	Aufgaben Kap. 4	383
T.5	Aufgaben Kap. 5	389
T.6	Aufgaben Kap. 6	398
T.7	Aufgaben Kap. 7	402
T.8	Aufgaben Kap. 8	405
T.9	Aufgaben Kap. 9	411
T.10	Aufgaben Kap. 11	420
T.11	Aufgaben Kap. 12	424
T.12	Aufgaben Kap. 13	427
T.13	Aufgaben Kap. 14	442
Literaturverzeichnis		447
Sachverzeichnis Teil 1		449
Sachverzeichnis Teil 2		453

Inhalt Teil 2

Einleitung	VII
Überblick über Band II	XIII
15 Eindimensionale stückweise konstante Potenziale	1
16 Drehimpuls	27
17 Das Wasserstoffatom	41
18 Harmonischer Oszillator	53
19 Störungstheorie	63
20 Verschränkung, EPR, Bell	77
21 Symmetrien und Erhaltungsgrößen	97

22 Dichteoperator	115
23 Identische Teilchen	131
24 Dekohärenz	149
25 Streuung	169
26 Quanteninformation	183
27 Ist die Quantenmechanik vollständig?	203
28 Interpretationen der Quantenmechanik	219

Anhang

A Abkürzungen und Notationen	235
B Spezielle Funktionen	239
C Tensorprodukt	247
D Wellenpakete	253
E Labor- und Schwerpunktsystem	265
F Analytische Behandlung des Wasserstoffatoms	269
G Lenzscher Vektor	275
H Störungsrechnung für das Wasserstoffatom	287
I Herstellung verschränkter Photonen	291
J Das Experiment von Hardy	295
K Mengentheoretische Herleitung der Bellschen Ungleichung	303
L Spezielle Galileittransformation	305
M Theorem von Kramers	317
N Coulomb- und Austauschenergie beim Helium	319
O Streuung identischer Teilchen	323
P Zur Hadamard-Transformation	327

Q	Vom Interferometer zum Computer	331
R	Grover-Algorithmus algebraisch	337
S	Shor-Algorithmus	343
T	Theorem von Gleason	359
U	Was ist wirklich? Zitate.	361
V	Zu einzelnen Interpretationen	367
W	Aufgaben und Lösungen	379
	Literaturverzeichnis	461
	Sachverzeichnis Band 1	463
	Sachverzeichnis Band 2	467