

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Zum Ziel dieses Buches . . . . .	1
1.2 Zur Verwendung dieses Buches . . . . .	2
Literatur . . . . .	3
<b>2 Kinematik und Dynamik räumlicher Stöße von Kugeln . . . . .</b>	<b>5</b>
2.1 Bewegungsgleichungen . . . . .	5
2.1.1 Geometrie und Notation . . . . .	5
2.1.2 Kinematik und Dynamik . . . . .	7
2.2 Vereinfachungen der Bewegungsgleichungen . . . . .	9
2.2.1 Weitere vereinfachende Annahmen . . . . .	9
2.2.2 Die Stoßzahlen . . . . .	11
2.3 Zusammenfassung . . . . .	13
Literatur . . . . .	14
<b>3 Kontaktmechanische Grundlagen . . . . .</b>	<b>17</b>
3.1 Fundamentallösung des homogenen elastischen Halbraums . . . . .	17
3.1.1 Fundamentallösung für eine Punktlast . . . . .	17
3.1.2 Der Kontakt zweier elastischer Körper . . . . .	18
3.2 Reibungsfreier Normalkontakt ohne Adhäsion . . . . .	20
3.2.1 Lösung für den flachen zylindrischen Stempel . . . . .	20
3.2.2 Lösung für eine beliebige axialsymmetrische Indenterform . . . . .	21
3.2.3 Einfluss des Reibregimes . . . . .	24
3.3 Reibungsfreier Normalkontakt mit Adhäsion . . . . .	25
3.3.1 Einführung . . . . .	25
3.3.2 Adhäsiver Normalkontakt in der JKR-Näherung . . . . .	28
3.3.3 Theorie von Maugis (parabolischer Kontakt) . . . . .	32

3.3.4 Einfluss des Reibregimes . . . . .	36
3.4 Tangentialkontakt. . . . .	38
3.4.1 Tangentialkontakt ohne Gleiten . . . . .	38
3.4.2 Cattaneo-Mindlin-Theorie . . . . .	39
3.4.3 Erweiterung auf beliebige Belastungsgeschichten. . . . .	41
3.5 Torsionskontakt . . . . .	45
3.5.1 Torsionskontakt ohne Gleiten . . . . .	45
3.5.2 Torsionskontakt mit Gleiten. . . . .	47
3.5.3 Erweiterung auf beliebige Belastungsgeschichten (parabolischer Kontakt) . . . . .	50
3.6 Viskoelastizität. . . . .	52
3.6.1 Einführung . . . . .	52
3.6.2 Das allgemeine linear-viskoelastische Materialgesetz. . . . .	53
3.6.3 Berücksichtigung der Kompressibilität (Normalkontakt) . . . . .	55
3.6.4 Rheologische Modelle . . . . .	56
3.6.5 Behandlung viskoelastischer Kontaktprobleme nach Lee und Radok. . . . .	61
3.6.6 Erweiterung auf beliebige Belastungsgeschichten. . . . .	62
3.7 Funktionale Gradientenmedien . . . . .	63
3.7.1 Einführung . . . . .	63
3.7.2 Fundamentallösung des inhomogenen Halbraums . . . . .	65
3.7.3 Reibungsfreier Normalkontakt ohne Adhäsion . . . . .	67
3.7.4 Reibungsfreier Normalkontakt mit Adhäsion in der JKR-Näherung . . . . .	69
3.7.5 Tangentialkontakt. . . . .	71
3.8 Plastizität . . . . .	73
3.8.1 Einführung . . . . .	73
3.8.2 Normalkontakt ohne Adhäsion (parabolischer Kontakt) . . . . .	74
3.8.3 Normalkontakt mit Adhäsion (parabolischer Kontakt) . . . . .	82
3.9 Zusammenfassung . . . . .	84
Literatur. . . . .	87
<b>4 Die Methode der Dimensionsreduktion in der Kontaktmechanik . . . . .</b>	<b>95</b>
4.1 Reibungsfreier Normalkontakt ohne Adhäsion . . . . .	95
4.2 Reibungsfreier Normalkontakt mit Adhäsion . . . . .	98
4.2.1 Abbildung des adhäsiven Normalkontaktes in der JKR-Näherung . . . . .	98
4.2.2 Abbildung des adhäsiven Normalkontaktes nach Maugis . . . . .	99
4.3 Tangentialkontakt. . . . .	100
4.4 Torsionskontakt . . . . .	103

4.5	Viskoelastizität . . . . .	105
4.6	Funktionale Gradientenmedien . . . . .	107
4.6.1	Reibungsfreier Normalkontakt ohne Adhäsion . . . . .	107
4.6.2	Reibungsfreier Normalkontakt mit Adhäsion in der JKR-Näherung . . . . .	108
4.6.3	Tangentialkontakt . . . . .	109
4.7	Zusammenfassung . . . . .	109
	Literatur . . . . .	110
<b>5</b>	<b>Quasistatischer Normalstoß axialsymmetrischer Körper . . . . .</b>	<b>113</b>
5.1	Quasistatik . . . . .	113
5.2	Elastischer Normalstoß ohne Adhäsion . . . . .	115
5.2.1	Homogene Medien . . . . .	115
5.2.2	Funktionale Gradientenmedien . . . . .	118
5.3	Elastischer Normalstoß mit Adhäsion . . . . .	120
5.3.1	Homogene Medien mit JKR-Adhäsion . . . . .	120
5.3.2	Homogene Medien mit Adhäsion nach Maugis (parabolischer Kontakt) . . . . .	122
5.3.3	Funktionale Gradientenmedien mit JKR-Adhäsion . . . . .	124
5.4	Viskoelastischer Normalstoß ohne Adhäsion . . . . .	125
5.4.1	Inkompressibles Kelvin-Voigt-Medium . . . . .	125
5.4.2	Vergleich mit experimentellen Ergebnissen . . . . .	131
5.4.3	Inkompressibles Standardmedium . . . . .	133
5.4.4	Inkompressibles Kelvin-Maxwell-Medium . . . . .	138
5.4.5	Kompressibles Kelvin-Voigt-Medium . . . . .	140
5.5	Elasto-Plastischer Normalstoß ohne Adhäsion . . . . .	142
5.5.1	Theoretische Modellierung . . . . .	143
5.5.2	Vergleich mit experimentellen Ergebnissen . . . . .	145
5.6	Elasto-Plastischer Normalstoß mit Adhäsion . . . . .	147
5.7	Zusammenfassung . . . . .	152
	Literatur . . . . .	153
<b>6</b>	<b>Quasistatische ebene Stöße von Kugeln . . . . .</b>	<b>157</b>
6.1	Elastischer schiefer Stoß ohne Gleiten . . . . .	157
6.1.1	Homogene Medien . . . . .	158
6.1.2	Funktionale Gradientenmedien . . . . .	163
6.2	Viskoelastischer schiefer Stoß ohne Gleiten . . . . .	166
6.2.1	Inkompressibles Kelvin-Voigt-Medium . . . . .	167
6.2.2	Inkompressibles Kelvin-Maxwell-Medium . . . . .	168

6.3	Elastischer schiefer Stoß mit Gleiten . . . . .	169
6.3.1	Homogene Medien . . . . .	170
6.3.2	Funktionale Gradientenmedien . . . . .	175
6.3.3	Vergleich mit experimentellen Ergebnissen . . . . .	176
6.4	Viskoelastischer schiefer Stoß mit Gleiten . . . . .	177
6.5	Elasto-Plastischer schiefer Stoß mit Gleiten . . . . .	179
6.6	Zusammenfassung . . . . .	180
	Literatur . . . . .	181
<b>7</b>	<b>Räumliche Effekte in elastischen Stößen von Kugeln . . . . .</b>	<b>183</b>
7.1	Einfluss der Rotation der Stoßachse . . . . .	183
7.1.1	Reibungsfreier Stoß ohne Adhäsion . . . . .	184
7.1.2	Reibungsfreier Stoß mit JKR-Adhäsion . . . . .	188
7.1.3	Stoß mit Reibung ohne Adhäsion . . . . .	188
7.2	Elastischer Torsionsstoß . . . . .	190
7.2.1	Stoß ohne Gleiten . . . . .	191
7.2.2	Stoß mit Gleiten . . . . .	194
7.3	Zusammenfassung . . . . .	195
	Literatur . . . . .	196
<b>8</b>	<b>Ausgewählte Anwendungen von Stoßproblemen . . . . .</b>	<b>197</b>
8.1	Schlagverschleiß . . . . .	198
8.2	Stoßbasierte Testverfahren . . . . .	199
8.2.1	Materialprüfung durch Rückprallversuche . . . . .	200
8.2.2	Weitere stoßbasierte Testverfahren . . . . .	203
8.3	Granulare Medien . . . . .	204
8.3.1	Kinetische Theorie granularer Medien . . . . .	204
8.3.2	Numerische Simulation granularer Medien . . . . .	206
8.3.3	Formen granularer Medien . . . . .	208
8.4	Astrophysikalische Anwendungen . . . . .	212
8.4.1	Kollisionsmodelle für Eispartikel . . . . .	213
8.4.2	Dynamik der Ringsysteme . . . . .	215
8.5	Anwendungen im Sportbereich . . . . .	216
8.5.1	Ballsportarten . . . . .	216
8.5.2	Schutzhelme . . . . .	218
8.6	Anwendungen in der Medizin . . . . .	218
8.7	Zusammenfassung . . . . .	220
	Literatur . . . . .	222
<b>9</b>	<b>Anhang . . . . .</b>	<b>229</b>
9.1	Verschiebungen bei Hertzschen Tangentialspannungen . . . . .	229

9.2	Tangentiale Spannungsverteilungen für Gradientenmedien .....	232
9.2.1	Kontakt ohne Gleiten .....	232
9.2.2	Parabolischer Kontakt .....	233
9.3	Übersicht der verwendeten Spezialfunktionen .....	234
9.3.1	Elliptische Integrale .....	234
9.3.2	Die Gamma-Funktion .....	234
9.3.3	Die Hypergeometrische Funktion .....	235
9.3.4	Die Beta-Funktion .....	236
9.4	Quellcode für viskoelastischen schießen Stoß mit Gleiten .....	236
	Literatur .....	238
	<b>Stichwortverzeichnis</b> .....	<b>239</b>