

# Inhalt

**Vorwort — V**

**Mathematische Grundlagen, weiterführende Literatur — VI**

**Abhängigkeit der einzelnen Kapitel — VII**

**Bezeichnungen — VIII**

**1 Fair Play — 1**

♦ Ein unvorteilhaftes „*faire*“ Spiel — 5

**2 Bedingte Erwartung — 7**

Bedingte Wahrscheinlichkeiten — 14

**3 Martingale — 17**

Die Doob-Zerlegung — 23

Der Kompensator — 25

Die Martingaltransformation — 26

**4 Stoppen und Lokalisieren — 31**

♦ Lokale Martingale — 36

♦ Verallgemeinerte Martingale — 40

**5 Konvergenz von Martingalen — 43**

Rückwärtsmartingale — 46

♦ Konvergenzmengen von Martingalen und Submartingalen — 48

**6 ♦  $L^2$ -Martingale — 51**

**7 Gleichgradig integrierbare Martingale — 57**

Gleichgradige Integrierbarkeit und *optional stopping* — 63

Rückwärtsmartingale und gleichgradige Integrierbarkeit — 65

**8 ♦ Einige klassische Resultate der W-Theorie — 67**

8.1 Lévy's Konvergenzsatz und Kolmogorovs 0-1-Gesetz — 67

8.2 Rückwärtsmartingale und Kolmogorovs  $L^1$ -SLLN — 68

8.3 Das 0-1-Gesetz von Hewitt-Savage — 69

8.4 Variationen zu einem Thema von Borel-Cantelli — 71

8.5 Lévy's Konvergenzsatz für Reihen von unabhängigen ZV — 73

8.6	Kolmogorovs Drei-Reihen-Satz — 75
8.7	Ein einfacher zentraler Grenzwertsatz — 78
8.8	Martingale mit allgemeiner Indexmenge — 81
8.9	Der Satz von Radon-Nikodým — 82
9	<b>Elementare Ungleichungen für Martingale — 87</b> ♦ Die Ungleichung von Azuma–Hoeffding — 91
10	<b>♦ Die Burkholder–Davis–Gundy Ungleichungen — 93</b>
10.1	Die adaptierte quadratische Variation — 97
10.2	Die Krickeberg-Zerlegung — 99
10.3	Die Ungleichungen von Burkholder — 101
10.4	Die Zerlegung und die Ungleichungen von Davis — 105
11	<b>Zufällige Irrfahrten auf <math>\mathbb{Z}^d</math> – erste Schritte — 109</b> <i>Drunkard's walk</i> und <i>gambler's ruin</i> — 109 Rekurrenz und Transienz — 116
12	<b>♦ Fluktuationen einer einfachen Irrfahrt auf <math>\mathbb{Z}</math> — 121</b>
13	<b>Rekurrenz und Transienz allgemeiner Irrfahrten — 131</b> Der Satz von Chung–Fuchs für integrierbare Irrfahrten — 131 Das Chung–Fuchs Kriterium — 139
14	<b>♦ Irrfahrten und Analysis — 147</b> Irrfahrten mit beliebigen Startwerten — 147 Elemente der Potentialtheorie für einfache Irrfahrten — 150 Randwertprobleme und einfache Irrfahrten — 154 Kopplung von Irrfahrten — 160
15	<b>♦ Donskers Invarianzprinzip und die Brownsche Bewegung — 169</b>
A	<b>Anhang — 179</b>
A.1	Konvergenz in Wahrscheinlichkeit — 179
A.2	Konvergenz in Verteilung — 181
A.3	Das Faktorisierungslemma — 182
A.4	Der Projektionssatz im Hilbertraum — 183
A.5	Zwei nützliche Integralformeln — 187