

# Multivariate Statistische Methoden

und ihre Anwendung  
in den Wirtschafts- und  
Sozialwissenschaften

Von

Prof. Dr. Hans Peter Litz

Carl von Ossietzky Universität Oldenburg

R. Oldenbourg Verlag München Wien

---

**Inhaltsverzeichnis**

<b>0</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
0.1	Die Datenbasis des empirisch-statistischen Forschungsprozesses	1
0.2	Chronologische und logische Strukturen des empirisch-statistischen Forschungsprozesses	4
0.3	Die algorithmische Struktur der behandelten multivariaten Methoden	8
<b>1</b>	<b>Das einfache lineare Regressions- und Korrelationsmodell</b>	<b>16</b>
1.1	Die Regressionsmodelle der Grundgesamtheit und der Stichprobe	16
1.2	Das Korrelationsmodell der Grundgesamtheit und der Stichprobe	25
1.3	Regression und Korrelation bei standardisierten Variablen	32
1.4	Regression u. Korrelation bei einer dichotomen unabhängigen Variablen	33
1.5	Nicht-lineare Regressions- und Korrelationsanalyse	37
<b>2</b>	<b>Inferenzstatistik im einfachen linearen Regressions- und Korrelationsmodell</b>	<b>44</b>
2.1	Die Stichprobenverteilungen der Koeffizienten $a$ , $b$ und $\hat{S}_u$	44
2.1.1	Erwartungswerte und Varianzen der Koeffizienten	45
2.1.2	Die Verteilungen der Parameter $a$ und $b$	50
2.2	Test- und Schätzverfahren bei der einfachen linearen Regression	54
2.2.1	Hypothesentests für $A$ und $B$	54
2.2.2	Konfidenzintervalle für $A$ und $B$	58
2.2.3	Das Konfidenzintervall für die Regressionsfunktion der GG	60
2.2.4	Das Konfidenzintervall für die Vorhersagewerte $X_1 X_2$	64
2.3	Hypothesentests bei der Korrelationsanalyse	66
2.3.1	Stichprobenverteilung und Hypothesentest für den Korrelationskoeffizienten	66
2.3.2	Fischer's Z-Transformation	70
2.3.3	Der Likelihood-Quotiententest	73
<b>3</b>	<b>Partielle Regressions- und Korrelationsanalyse</b>	<b>77</b>
3.1	Von der bivariaten zur multiplen Analyse	77

3.2	Einfache partielle Korrelation und Regression bei standardisierten Variablen	81
3.3	Einfache partielle Korrelation und Regression bei nicht-standardisierten Variablen	82
3.4	Mehrfache (multiple) partielle Korrelation	83
3.5	Semipartielle Korrelation und Regression	85
3.6	Statistische Inferenz im partiellen Regressions- und Korrelationsmodell	86
3.7	Beispiele zur partiellen Regression und Korrelation	87
<b>4</b>	<b>Multiple Regressions- und Korrelationsanalyse</b>	<b>92</b>
4.1	Das Regressionsmodell in der Stichprobe und in der Grundgesamtheit	92
4.2	Das Korrelationsmodell der Stichprobe und der Grundgesamtheit	97
4.3	Zur Strategie der multiplen Regressions- und Korrelationsanalyse	99
4.4	Statistische Inferenz bei der multiplen Regression und Korrelation	101
4.4.1	Konfidenzschätzung der partiellen Regressionskoeffizienten und Multikollinearität	101
4.4.2	Test der Korrelationskoeffizienten	104
4.5	Anwendungsbeispiele zur multiplen Regression und Korrelation	109
4.5.1	Der blockweise Ansatz	109
4.5.2	Der schrittweise Ansatz	115
4.5.3	Der hierarchische Ansatz	119
<b>5</b>	<b>Die Varianz-/Kovarianzanalyse</b>	<b>122</b>
5.1	Einführung in die Problemstellung	122
5.2	Die einfaktorielle Varianzanalyse	123
5.2.1	Graphische und tabellarische Darstellung	123
5.2.2	Das varianzanalytische Modell der GG	124
5.2.3	Korrelationsanalytische Aspekte der Varianzanalyse	127
5.2.4	Regressionsanalytische Aspekte der Varianzanalyse	128
5.2.5	Beispiel zur einfaktoriellen Varianzanalyse	132
5.3	Die mehrfaktorielle Varianzanalyse	136
5.3.1	Der experimentelle Ansatz	136
5.3.2	Der Stichproben-Ansatz	142
5.3.3	Beispiele zur mehrfaktoriellen Varianzanalyse und zur multiplen Klassifikationsanalyse	142
5.4	Die Kovarianzanalyse	147

5.4.1	Der klassische Ansatz	147
5.4.2	Die Kovarianzanalyse als Regressionsanalyse	150
5.4.3	Exkurs: SPSS-Ansatz zur Trennung von Haupt- und Nebeneffekten in der Varianz-/Kovarianzanalyse	153
5.4.4	Beispiele zur Kovarianzanalyse	158
<b>6</b>	<b>Die loglinearen Analyseansätze</b>	<b>163</b>
6.1	Einführung in die Problemstellung	163
6.2	Regression und Korrelation bei einer dichotomen abhängigen Variablen (Probit-, Logit- und logistische Regressionsanalyse)	164
6.2.1	Entwicklung des Modellansatzes	164
6.2.2	Die Modellvarianten	166
6.2.3	Interpretation der Ergebnisse	171
6.2.4	Modellgüte und Hypothesentests	173
6.2.5	Beispielsrechnung zur Probit- und Logit-Analyse und zur logistischen Regression	178
6.2.6	Multiple Regressionsmodelle für dichotome abhängige Variablen	182
6.3	Das Loglineare Modell	184
6.3.1	Die Grundstruktur des zweidimensionalen loglinearen Modells	184
6.3.2	Die Schätzung der Modellkomponenten nach der Maximum-Likelihood-Methode	188
6.3.3	Interpretation und Bewertung der Ergebnisse	192
6.3.4	Das hierarchische loglineare Modell	194
6.3.5	Beispiele zum einfachen und multiplen loglinearen Modell	197
6.3.6	Das allgemeine loglineare Modell	204
6.3.7	Das Logit-Loglineare Modell	210
6.3.8	Loglineare Modelle für ordinale Daten	216
<b>7</b>	<b>Das Allgemeine Lineare Modell</b>	<b>221</b>
7.1	Die Bedeutung des Allgemeinen Linearen Modells	221
7.2	Spezifikationsaspekte des Allgemeinen Linearen Modells	222
7.3	Die Modellvarianten	226
7.3.1	Die Vier-Felder-Kontingenztafel	226
7.3.2	Die punkt-biserial Korrelation	227
7.3.3	Der t-Test auf die Differenz zweier Mittelwerte	228
7.3.4	Die lineare Regression und Korrelation	228

---

7.3.5	Die ein- und mehrfaktorielle Varianzanalyse	229
7.3.6	Die Kovarianzanalyse (saturiertes Modell)	230
7.3.7	Das verallgemeinerte Linear Modell	232
7.4	Multivariate Erweiterungen des ALM	234
7.4.1	Empirische und methodische Aspekte des Multivariaten Linearen Modells	234
7.4.2	Exkurs: Algebraische und matrixalgebraische Aspekte des Multivariaten Linearen Modells - Linearkombinationen von Variablen und ihre Schreibweise	237
7.4.3	Fundamentale konstruktive Aspekte des Multivariaten Linearen Modells	244
7.4.4	Korrelationsanalytische und inferenzstatistische Aspekte des Multivariaten Linearen Modells	250
7.4.5	Anwendungsbeispiele zum Multivariaten Linearen Modell	254
<b>8.</b>	<b>Die Kanonische Korrelation</b>	<b>257</b>
8.1	Einführung in die Problemstellung	257
8.2	Das kanonische Korrelationsmodell in Matrixdarstellung	260
8.3	Die statistische Signifikanz der kanonischen Korrelation	263
8.4	Die empirische Relevanz der kanonischen Korrelationen	265
8.4.1	Struktur- und Redundanzmatrizen	265
8.4.2	Die Extraktionsmaße	267
8.4.3	Die Redundanzmaße	270
8.4.4	Zusammenhänge zwischen Extraktions- und Redundanzmaßen	271
8.5	Anwendungsbeispiel zur kanonischen Korrelation	273
<b>9</b>	<b>Die Faktorenanalyse</b>	<b>284</b>
9.1	Einführung in die Problemstellung	284
9.2	Die Hauptkomponentenanalyse	286
9.2.1	Der Modellansatz	286
9.2.2	Der Algorithmus zur Bestimmung der Faktorgewichte	291
9.2.3	Das Eigenwertkriterium: statistische Signifikanz der Ausgangsvariablen	293
9.2.4	Die Image-Analyse: statistische Relevanz der Ausgangsvariablen	296
9.2.5	Der Scree-Test: empirische Relevanz der Faktoren	297
9.2.6	Erklärung der Variablen aus den Faktoren	298
9.2.7	Die empirische Interpretation der Faktoren anhand eines Beispiels	300
9.3	Die Faktorrotation	304

9.3.1	Die geometrische Darstellung von Faktoren und Variablen	304
9.3.2	Das Konzept der Faktorrotation	308
9.3.3	Die Rotationsalgorithmen	310
9.3.4	Die Verfahren der orthogonalen Rotation	314
9.3.5	Die Verfahren der schiefwinkligen Rotation	316
9.3.6	Beispiele zur Faktorrotation im Hauptkomponentenansatz	319
9.4	Das Modell der gemeinsamen Faktoren	325
9.4.1	Das theoretische Modell der Grundgesamtheit	326
9.4.2	Die Bestimmung der Faktoren nach der Hauptachsenmethode	330
9.4.3	Die Bestimmung der Faktoren nach der Maximum-Likelihood-Methode	334
9.4.4	Alternative Verfahren zur Schätzung der Faktorladungen	339
9.4.5	Schätzung der Faktorenwerte	342
9.4.6	Beispiel zum Modell der gemeinsamen Faktoren	343
<b>10</b>	<b>Die Diskriminanzanalyse</b>	<b>351</b>
10.1	Einführung in die Problemstellung	351
10.2	Die einfache Diskriminanzanalyse	353
10.2.1	Die Diskriminanzfunktion der einfachen Diskriminanzanalyse	353
10.2.2	Ein Algorithmus zur Lösung des einfachen Diskriminanzproblems	355
10.2.3	Ergebnisse und Beispiele zur einfachen Diskriminanzanalyse	358
10.3	Die mehrfache Diskriminanzanalyse	365
10.3.1	Das Konzept der multiplen Diskriminanzanalyse	365
10.3.2	Die Matrixdarstellung der multiplen Diskriminanzanalyse	367
10.3.3	Die multiple Diskriminanzanalyse als kanonische Korrelationsanalyse	370
10.4	Diskriminanzanalytische Klassifikationsverfahren	370
10.5	Anlage und Ergebnisse der mehrfachen Diskriminanzanalyse	373
10.6	Beispiele zur mehrfachen Diskriminanzanalyse	376
<b>11</b>	<b>Die Clusteranalyse</b>	<b>384</b>
11.1	Einführung in die Problemstellung	384
11.2	Messung der Ähnlichkeit bzw. Distanz von Objekten	389
11.2.1	Die Quantifizierung der Distanz in einem nominalskalierten Datensatz	389
11.2.2	Die Quantifizierung der Distanz in einem metrisch-skalierten Datensatz	394
11.3	Die Zusammenfassung von Objekten zu Clustern	401
11.3.1	Distanzmatrix und hierarchische Clusteranalyse	401
11.3.2	Die Methode des „nächsten Nachbarn“	403

11.3.3	Die Methode des „entferntesten Nachbarn“	406
11.3.4	Clusterbildung auf der Basis durchschnittlicher Distanzen	408
11.3.5	Clusterbildung auf der Basis von Distanzen zwischen Durchschnitten	410
11.3.6	Clusterbildung nach der Ward-Methode	414
11.4	Die K-Means-Clusteranalyse	417
11.4.1	Der K-Means-Ansatz	417
11.4.2	Die Ermittlung der Clusterzentren und die Regruppierung der Fälle	418
11.4.3	Beurteilungskriterien und Strategien zur Clusterlösung	419
11.5	Beispielsrechnungen zur Clusteranalyse	420
<b>12</b>	<b>Die Multidimensionale Skalierung</b>	<b>427</b>
12.1	Einführung in die Problemstellung	427
12.2	Die Klassische Multidimensionale Skalierung (CMDS)	429
12.2.1	Die Lösungsansatz der CMDS	429
12.2.2	Anpassungsmaße der CMDS	433
12.2.3	Nichtmetrische klassische Multidimensionale Skalierung	438
12.3	Replizierte und gewichtete Multidimensionale Skalierung	442
12.4	Beispiele zur klassischen und gewichteten MDS	450
12.4.1	Klassische multidimensionale Skalierung mit SPSS	450
12.4.2	Gewichtete multidimensionale Skalierung mit SPSS	454
<b>Anhang 1</b>	<b>Grundauszählung der Variablen</b>	<b>460</b>
<b>Anhang 2</b>	<b>Bereitstellung weiterer Informationen und Arbeitsmaterialien</b>	<b>464</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>465</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b>		<b>469</b>