

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
<b>1 Einleitung: Beispiele und Anwendungen</b>	1
1.1 Anfangswertprobleme . . . . .	1
1.2 Randwertprobleme . . . . .	4
<b>I Ein- und Mehrschrittverfahren zur numerischen Lösung von Anfangswertaufgaben</b>	9
<b>2 Einschrittverfahren für Anfangswertprobleme</b>	11
2.1 Definition des Verfahrens . . . . .	11
2.2 Konsistenz . . . . .	16
2.2.1 Konsistenzbedingungen . . . . .	16
2.2.2 Konsistenz spezieller Verfahren . . . . .	18
2.3 Die Methode der Taylor-Entwicklung . . . . .	23
2.4 Runge–Kutta-Formeln . . . . .	25
2.5 Implizite Runge–Kutta-Formeln . . . . .	33
2.6 Konvergenz . . . . .	39
2.7 Stabilität . . . . .	42
2.8 Adaptive Schrittweitenkontrolle . . . . .	46
2.9 Steife Differentialgleichungen . . . . .	48
2.9.1 Stabilität von Differentialgleichungen . . . . .	49
2.9.2 Einseitige Lipschitz-Bedingung und steife Differentialgleichungssysteme . . . . .	51
2.9.3 Explizite und implizite Verfahren für steife Systeme . . . . .	58
2.10 Unstetige Galerkin-Verfahren . . . . .	64
2.10.1 Variationelle Formulierung . . . . .	65
2.10.2 Galerkin-Approximation und Galerkin-Orthogonalität . . . . .	66
2.10.3 Fehlerabschätzungen und Schrittweitenkontrolle . . . . .	69
<b>3 Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben</b>	73
3.1 Definition des Verfahrens . . . . .	73
3.2 Konsistenz von Mehrschrittverfahren . . . . .	84
3.3 Stabilität und Konvergenz . . . . .	95
3.4 Charakterisierung der Lipschitz-Stabilität. Die Wurzelbedingung . . . . .	99

<b>II Näherungsverfahren für Randwertprobleme</b>	109
<b>4 Schießverfahren für Randwertprobleme</b>	111
4.1 Das einfache Schießverfahren für lineare Randwertprobleme . . . . .	111
4.2 Das einfache Schießverfahren für nichtlineare Randwertprobleme . . . . .	117
4.3 Die Mehrzielmethode . . . . .	119
<b>5 Differenzenverfahren für Randwertprobleme</b>	123
5.1 Singulär gestörte (gewöhnliche) Differentialgleichungen . . . . .	123
5.2 Differenzenapproximationen für lineare gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	126
5.3 Stabilität und Konvergenz mit Maximumsprinzipien . . . . .	129
5.4 Stabilität und Konvergenz mit Hilfe von Kompaktheitsmethoden . . . . .	134
5.5 Differenzenapproximationen für nichtlineare Randwertprobleme . . . . .	140
<b>6 Differenzenapproximationen für Randwertprobleme durch Variationsmethoden</b>	148
6.1 Variationelle Formulierung eines eindimensionalen Modellproblems . . . . .	148
6.2 Die einfachste Finite-Elemente-Methode für das Modellproblem . . . . .	152
6.3 Erste Fehlerabschätzungen . . . . .	155
6.4 Galerkin-Verfahren für nichtlineare Probleme . . . . .	165
<b>7 Kollokationsverfahren</b>	168
7.1 Lineare Randwertprobleme $m$ -ter Ordnung . . . . .	168
7.2 Praktische Aspekte des Kollokationsverfahren . . . . .	172
<b>8 Adaptive Gitter für Randwertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>	175
8.1 Differenzenapproximationen auf nichtäquidistanten Gittern . . . . .	175
8.2 Interpolationsfehlerindikatoren . . . . .	176
8.3 Residuen-Schätzer . . . . .	178
8.4 Gitterverteilungsfunktionen . . . . .	179
<b>A Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>	184
A.1 Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von Anfangswertproblemen	184
A.2 Lineare Differentialgleichungen . . . . .	186
A.3 Systeme mit konstanten Koeffizienten . . . . .	190
A.4 Lineare Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .	192
A.5 Lineare Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	195
A.6 Lineare Randwertaufgaben zweiter Ordnung . . . . .	199
<b>B Theoretische Übungsaufgaben</b>	205

<b>C Praktische Übungsaufgaben mit Musterlösungen</b>	241
Literaturverzeichnis	269
Abbildungsverzeichnis	273
Tabellenverzeichnis	275
Index	277