

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
<b>1 Einleitung: Beispiele und Anwendungen</b>	<b>1</b>
1.1 Anfangswertprobleme . . . . .	1
1.2 Randwertprobleme . . . . .	4
<b>I Ein- und Mehrschrittverfahren zur numerischen Lösung von Anfangswertaufgaben</b>	<b>9</b>
<b>2 Einschrittverfahren für Anfangswertprobleme</b>	<b>11</b>
2.1 Definition des Verfahrens . . . . .	11
2.2 Konsistenz . . . . .	16
2.2.1 Konsistenzbedingungen . . . . .	16
2.2.2 Konsistenz spezieller Verfahren . . . . .	18
2.3 Die Methode der Taylor-Entwicklung . . . . .	23
2.4 Runge–Kutta-Formeln . . . . .	25
2.5 Implizite Runge–Kutta-Formeln . . . . .	33
2.6 Konvergenz . . . . .	39
2.7 Stabilität . . . . .	42
2.8 Adaptive Schrittweitenkontrolle . . . . .	46
2.9 Steife Differentialgleichungen . . . . .	48
2.9.1 Stabilität von Differentialgleichungen . . . . .	49
2.9.2 Einseitige Lipschitz-Bedingung und steife Differentialgleichungssysteme . . . . .	51
2.9.3 Explizite und implizite Verfahren für steife Systeme . . . . .	58
2.10 Unstetige Galerkin-Verfahren . . . . .	64
2.10.1 Variationelle Formulierung . . . . .	65
2.10.2 Galerkin-Approximation und Galerkin-Orthogonalität . . . . .	66
2.10.3 Fehlerabschätzungen und Schrittweitenkontrolle . . . . .	69
<b>3 Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben</b>	<b>73</b>
3.1 Definition des Verfahrens . . . . .	73
3.2 Konsistenz von Mehrschrittverfahren . . . . .	84
3.3 Stabilität und Konvergenz . . . . .	95
3.4 Charakterisierung der Lipschitz-Stabilität. Die Wurzelbedingung . . . . .	99

<b>II</b>	<b>Näherungsverfahren für Randwertprobleme</b>	<b>109</b>
<b>4</b>	<b>Schießverfahren für Randwertprobleme</b>	<b>111</b>
4.1	Das einfache Schießverfahren für lineare Randwertprobleme . . . . .	111
4.2	Das einfache Schießverfahren für nichtlineare Randwertprobleme . .	117
4.3	Die Mehrzielmethode . . . . .	119
<b>5</b>	<b>Differenzenverfahren für Randwertprobleme</b>	<b>123</b>
5.1	Singulär gestörte (gewöhnliche) Differentialgleichungen . . . . .	123
5.2	Differenzenapproximationen für lineare gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	126
5.3	Stabilität und Konvergenz mit Maximumprinzipien . . . . .	129
5.4	Stabilität und Konvergenz mit Hilfe von Kompaktheitsmethoden . . .	134
5.5	Differenzenapproximationen für nichtlineare Randwertprobleme . . .	140
<b>6</b>	<b>Differenzenapproximationen für Randwertprobleme durch Variationsmethoden</b>	<b>148</b>
6.1	Variationelle Formulierung eines eindimensionalen Modellproblems .	148
6.2	Die einfachste Finite-Elemente-Methode für das Modellproblem . . .	152
6.3	Erste Fehlerabschätzungen . . . . .	155
6.4	Galerkin-Verfahren für nichtlineare Probleme . . . . .	165
<b>7</b>	<b>Kollokationsverfahren</b>	<b>168</b>
7.1	Lineare Randwertprobleme $m$ -ter Ordnung . . . . .	168
7.2	Praktische Aspekte des Kollokationsverfahren . . . . .	172
<b>8</b>	<b>Adaptive Gitter für Randwertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>	<b>175</b>
8.1	Differenzenapproximationen auf nichtäquidistanten Gittern . . . . .	175
8.2	Interpolationsfehlerindikatoren . . . . .	176
8.3	Residuen-Schätzer . . . . .	178
8.4	Gitterverteilungsfunktionen . . . . .	179
<b>A</b>	<b>Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>	<b>184</b>
A.1	Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von Anfangswertproblemen	184
A.2	Lineare Differentialgleichungen . . . . .	186
A.3	Systeme mit konstanten Koeffizienten . . . . .	190
A.4	Lineare Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .	192
A.5	Lineare Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	195
A.6	Lineare Randwertaufgaben zweiter Ordnung . . . . .	199
<b>B</b>	<b>Theoretische Übungsaufgaben</b>	<b>205</b>

---

<b>C Praktische Übungsaufgaben mit Musterlösungen</b>	<b>241</b>
Literaturverzeichnis	269
Abbildungsverzeichnis	273
Tabellenverzeichnis	275
Index	277