

Hellmuth Kneser

**Gesammelte Abhandlungen**

**Collected Papers**

Herausgegeben von / Edited by  
Gerhard Betsch · Karl Heinrich Hofmann



Walter de Gruyter · Berlin · New York

# Contents

(Numbers in brackets refer to the bibliography on pp. 917–923)

Preface .....	v
Hellmuth Kneser: Biographical notes by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann .....	1
Antrittsrede [101–57] .....	5

## Mathematical Articles

Eine Erweiterung des Begriffes „konvexer Körper“ [1–21a] .....	11
Untersuchungen zur Quantentheorie [2–21b] .....	21
Untersuchungen zur Quantentheorie [3–21c] .....	47
Kurvenscharen auf geschlossenen Flächen [4–21d] .....	51
Neuer Beweis des Vierscheitelsatzes [6–22b] .....	54
Über die Lösungen eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen, das der Lipschitzschen Bedingung nicht genügt [7–23] .....	58
Ein topologischer Zerlegungssatz [8–24a] .....	62
Reguläre Kurvenscharen auf den Ringflächen [9–24b] .....	78
Die adiabatische Invarianz des Phasenintegrals bei einem Freiheitsgrad [10–24c] ..	98
Eine Bemerkung über dreidimensionale Mannigfaltigkeiten [12–25a] .....	104
Die Topologie der Mannigfaltigkeiten [13–25b] .....	107
Die Deformationssätze der einfach zusammenhängenden Flächen [14–26a] .....	121
Lösung einer Aufgabe von G. Pólya, Lösung einer Aufgabe von N. Obreschkoff, Eine Kennzeichnung der Kugel. Lösung einer Aufgabe von W. Blaschke, Lösung einer Aufgabe von T. Radó [15–26b] .....	132
Bemerkung zu der Arbeit von H. Behnke: „Die Kanten singulärer Mannigfaltigkeiten.“ [16–26c] .....	136
Glättung von Flächenabbildungen [18–28b] .....	138
Geschlossene Flächen in dreidimensionalen Mannigfaltigkeiten [19–29] .....	147
Die kleinste Bedeckungszahl innerhalb einer Klasse von Flächenabbildungen [20–30a] .....	160

Die kanonische Parametergruppe [21–30b] . . . . .	172
Zur Differentialgeometrie zweier komplexer Veränderlicher: Überflächen im vierdimensionalen Raum [22–30c] . . . . .	179
Beispiele zur Iteration analytischer Funktionen (with Th. Handt) [23–30d] . . . . .	192
Lösung einer Aufgabe von G. Thomsen [24–32a] . . . . .	200
Der Satz von dem Fortbestehen der wesentlichen Singularitäten einer analytischen Funktion zweier Veränderlichen [25–32b] . . . . .	204
Das Restglied der Cotesschen Formel zur numerischen Integration [26–32c] . . . . .	209
Ein Satz über die Meromorphiebereiche analytischer Funktionen von mehreren Veränderlichen [27–32d] . . . . .	215
Die singulären Kanten bei analytischen Funktionen mehrerer Veränderlichen [28–32e] . . . . .	223
Die Integrale erster Gattung einer algebraischen Mannigfaltigkeit [29–32f] . . . . .	228
Die Volumina in linearen Scharen konvexer Körper (with W. Süss) [30–32g] . . . . .	232
Topologische Fragen der Differentialgeometrie 43. Gewebe und Gruppen [31–32h] . . . . .	239
Einfacher Beweis eines Satzes über rationale Funktionen zweier Veränderlichen [32–33a] . . . . .	244
Periodische Differentialgleichungen und fastperiodische Funktionen [33–33b] . .	246
Lösung einer Aufgabe von B. L. van der Waerden [34–33c] . . . . .	251
Verschwindende Quadratsummen in Körpern [35–34a] . . . . .	253
Das Maximum des Produkts zweier Polynome [36–34b] . . . . .	257
Örtliche Uniformisierung der analytischen Funktionen mehrerer Veränderlichen [37–35a] . . . . .	263
Schiefkörper und Dualitätsprinzip [38–35b] . . . . .	265
Der Simplexinhalt in der nichteuklidischen Geometrie [39–36a] . . . . .	266
Die Randwerte einer analytischen Funktion zweier Veränderlichen [40–36b] . .	270
Ordnung und Nullstellen bei ganzen Funktionen zweier Veränderlicher [41–36c] . . . . .	287
Bemerkung über die gemischten Inhalte in vier Dimensionen [42–37] . . . . .	304
Zur Theorie der gebrochenen Funktionen mehrerer Veränderlicher [43–38] . .	308
Laplace, Gauß und der Fundamentalsatz der Algebra [44–39a] . . . . .	336

Majoranten beim Weierstraßschen Vorbereitungssatz [45–39b] . . . . .	341
Eine merkwürdige Mittelbildung bei algebraischen Gleichungen mit lauter positiven Wurzeln [46–39c] . . . . .	345
Der Fundamentalsatz der Algebra und der Intuitionismus [47–40a] . . . . .	350
Homogene Funktionen auf der Grassmannschen Mannigfaltigkeit [48–40b] . . . . .	366
Quaternon oder Quaternióñ?	
Ein Wort über Fachfremdwörter [49–40c] . . . . .	370
Zur Stetigkeit der Wurzeln einer algebraischen Gleichung [50–42] . . . . .	373
Notio und Notatio [51–43] . . . . .	377
Über den Beweis des Cauchyschen Integralsatzes bei streckbarer Randkurve [52–48] . . . . .	390
Felix Klein. Zu seinem hundersten Geburtstag am 25. April 1949 [53–49] . . . . .	394
Felix Klein als Mathematiker [54–49a] . . . . .	399
Der Mathematiker Felix Klein. Zu seinem hundertsten Geburtstag am 25. April 1949 [55–49b] . . . . .	405
Eine direkte Ableitung des Zornschen Lemmas aus dem Auswahlaxiom [56–50a] . . . . .	411
Reelle analytische Lösungen der Gleichung $\varphi(\varphi(x)) = e^x$ und verwandter Funktionalgleichungen [57–50b] . . . . .	415
Die komplexen Zahlen und ihre Verallgemeinerung [58–50c] . . . . .	427
Die Potenzreihe der reziproken Gammafunktion [59–50d] . . . . .	439
Eine charakteristische Eigenschaft der abzählbaren Körper (with G. Pickert) [60–50e] . . . . .	453
Analytische Mannigfaltigkeiten im komplexen projektiven Raum [61–51a] . . . . .	454
Die Reihenentwicklung bei schwach singulären Stellen linearer Differentialgleichungen [62–51b] . . . . .	464
Die Mathematik des 20. Jahrhunderts und die Schule [63–52a] . . . . .	471
Sur un théorème fondamental de la théorie des jeux [64–52b] . . . . .	484
Konvexe Räume [65–52c] . . . . .	487
Soziologie und Wirtschaftswissenschaft in heutiger mathematischer Behandlung [66–53] . . . . .	496
Monoton gekrümmte ebene Kurven [67–54a] . . . . .	509

Wertfunktion und Versicherung [68–54b] . . . . .	513
Aus einer Vorlesung über den mathematischen Schulstoff [69–56] . . . . .	514
Analytische Struktur und Abzählbarkeit [70–58a] . . . . .	526
Sur les variétés connexes de dimension 1 [71–58b] . . . . .	532
Majoranten bei einem Existenzsatz über partielle Differentialgleichungen [72–60a] . . . . .	539
Eine kontinuumsmächtige, algebraisch unabhängige Menge reeller Zahlen [73–60b] . . . . .	543
Reell-analytische Strukturen der Alexandroff-Halbgeraden und der Alexandroff-Geraden (with M. Kneser) [74–60c] . . . . .	548
Die Mächtigkeit zusammenhängender Hausdorffräume (with K. H. Hofmann) [75–60d] . . . . .	551
Aus der wissenschaftlichen Fortbildungsarbeit mit Mathematikern [76–61a] . . . . .	555
Zufall, mathematisch betrachtet [77–61b] . . . . .	560
Abzählbarkeit und geblätterte Mannigfaltigkeiten [78–62] . . . . .	566
Eine nichtkomakte zusammenhängende Fläche ohne Fluchtweg [79–63a] . . . . .	570
Schnitte durch Tetraeder [80–63b] . . . . .	577
Das Auswahlaxiom und das Lemma von Zorn; Das Auswahlaxiom und das Lemma von Zorn; Nachtrag [81–67] . . . . .	580
Der Mensch Erich Kamke [82–68] . . . . .	583
Monoton gekrümmte ebene Kurven. Eine Erklärung [83–69] . . . . .	586
Die Stützfunktion eines Durchschnitts konvexer Körper [84–70] . . . . .	587

### **Review Articles**

W. Blaschke, Vorlesungen über Differentialgeometrie I, Elementare Differentialgeometrie [94–23] . . . . .	593
W. Blaschke, Vorlesungen über Differentialgeometrie II, Affine Differentialgeometrie, bearbeitet von K. Reidemeister, 1. und 2. Auflage [95–24] . . . . .	596
W. Blaschke, Vorlesungen über Differentialgeometrie III, Differentialgeometrie der Kreise und Kugeln, bearbeitet von G. Thomsen [96–30a] . . . . .	598

W. Blaschke, Vorlesungen über Differentialgeometrie I, dritte erweiterte Auflage, bearbeitet und herausgegeben von G. Thomsen [97–30b] .....	604
K. Reidemeister, Vorlesungen über Grundlagen der Geometrie [98–32] .....	606
N. Bourbaki, Éléments de mathématiques [99–49] .....	613
<b>Wissenschaftliche Grundlagen der Schulmathematik [91–54]</b> .....	617

### **Commentaries on Hellmuth Kneser's Papers in Topology**

Kneser's work on maps of surfaces by <i>David Gabai and William H. Kazez</i> .....	803
Hellmuth Kneser's work on 3-manifolds by <i>Cameron McA. Gordon</i> .....	808
Hellmuth Kneser's works on the long line and on uncountable manifolds <i>by Karl H. Hofmann and Reinhold Remmert</i> .....	822
Hellmuth Kneser's unpublished book on topology <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> .....	825
Hellmuth Kneser's contributions to topology and its aftereffects: an overview <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> .....	834
Hellmuth Kneser's note on his Habilitation Thesis <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> .....	854

### **Commentaries on Hellmuth Kneser's Papers in Complex Function Theory**

On selected works of Hellmuth Kneser in complex analysis <i>by Alan Huckleberry</i> .....	859
Chow's Theorem by <i>Reinhold Remmert</i> .....	869
A theorem on rational functions by <i>Reinhold Remmert</i> .....	871
Kneser's paper on the boundary values of analytic functions of two complex variables <i>by R. Michael Range</i> .....	872
Two papers by Hellmuth Kneser related to iteration by <i>Irvine Noel Baker</i> .....	877
Comments on Kneser's contributions to the theory of functions of several complex variables <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> .....	879

### **Commentary on Hellmuth Kneser's Contributions to Convexity**

Kneser's contributions to the Four Vertex Theorem <i>by Gudlaugur Thorbergsson</i> .....	885
---	-----

Von Neumann's Minimax Theorem <i>by Jürgen Kindler</i> . . . . .	888
<b>Commentary on Hellmuth Kneser's Contributions to Foundations</b>	
Kneser on the Fundamental Theorem of Algebra and on Zorn's Lemma <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> . . . . .	893
<b>Commentaries on Hellmuth Kneser's Contributions to Education</b>	
Hellmuth Kneser's lectures on the teaching of mathematics in secondary schools: a course entitled "The mathematical foundations of mathematics instruction" <i>by Günter Pickert</i> . . . . .	899
20th century mathematics and mathematics instruction <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> . . . . .	908
<b>Commentaries on Hellmuth Kneser's Contributions to Miscellaneous Subjects</b>	
Hellmuth Kneser on the mathematical treatment of sociology and economics <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> . . . . .	911
On the paper "Notio and Notatio" <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> . . . . .	912
Hellmuth Kneser's remarks on happenstance <i>by Gerhard Betsch and Karl H. Hofmann</i> . . . . .	914
Acknowledgements . . . . .	915
Bibliography . . . . .	917