

**Rolf Kindmann
Matthias Kraus**

Finite-Elemente-Methoden im Stahlbau

1 8 0 7
®WILEY
2 0 0 7
BICENTENNIAL

Ernst & Sohn
A Wiley Company

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Übersicht	1
1.1	Erforderliche Nachweise und Nachweisverfahren	1
1.2	Verfahren zur Schnittgrößenermittlung	2
1.3	Elementtypen und Anwendungsbereiche	4
1.4	Lineare und nichtlineare Berechnungen	6
1.5	Bezeichnungen und Annahmen	8
1.6	Grundlegende Beziehungen	13
1.7	EDV-Programme	16
2	Grundlagen der FE-Methode	17
2.1	Allgemeines	17
2.2	Grundideen und Methodik	17
2.3	Ablauf der Berechnungen	23
2.4	Gleichgewicht	25
2.4.1	Vorbemerkungen	25
2.4.2	Prinzip der virtuellen Arbeit	26
2.4.3	Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie	28
2.4.4	Differentialgleichungen	29
2.5	Ansatzfunktionen für die Verformungen	32
2.5.1	Grundsätzliches	32
2.5.2	Polynomfunktionen für Stabelemente	32
2.5.3	Trigonometrische und Hyperbelfunktionen für Stabelemente	36
2.5.4	Ansatzfunktionen für das Plattenbeulen	40
2.5.5	Eindimensionale Funktionen für Querschnitte	44
2.5.6	Zweidimensionale Funktionen für Querschnitte	48
3	FEM für lineare Berechnungen von Stabtragwerken	53
3.1	Vorbemerkungen	53
3.2	Stabelemente für lineare Berechnungen	53
3.2.1	Verknüpfung der Verformungs- und Schnittgrößen	53
3.2.2	Normalkraftbeanspruchungen	55
3.2.3	Biegebeanspruchungen	58
3.2.4	Torsionsbeanspruchungen	61
3.2.5	Beliebige Beanspruchungen	65
3.3	Knotengleichgewicht im globalen Koordinatensystem	68
3.4	Bezugssysteme und Transformationen	71
3.4.1	Problemstellung	71

3.4.2	Stabelemente in der X-Z-Ebene	76
3.4.3	Stabelemente im räumlichen X-Y-Z-KOS	79
3.4.4	Lastgrößen	83
3.4.5	Verdrillung und Wölbmoment	84
3.4.6	Finite Elemente für beliebige Bezugspunkte	91
3.5	Gleichungssystem	92
3.5.1	Ziel	92
3.5.2	Gesamtsteifigkeitsmatrix	92
3.5.3	Gesamtlastvektor	94
3.5.4	Geometrische Randbedingungen	96
3.6	Berechnung der Verformungsgrößen	98
3.7	Ermittlung der Schnittgrößen	99
3.8	Ermittlung der Auflagerreaktionen	101
3.9	Einwirkungen/Lastgrößen	102
3.9.1	Einzellasten	102
3.9.2	Streckenlasten	102
3.9.3	Stützensenkungen	103
3.9.4	Temperatureinwirkungen	104
3.10	Federn und Schubfelder	105
3.11	Gelenke und Gelenkfedern	109
3.12	Einflusslinien	113
3.13	Übertragungsmatrizenverfahren	118
3.14	Schubweiche Stabelemente	122
4	FEM für nichtlineare Berechnungen von Stabtragwerken	130
4.1	Allgemeines	130
4.2	Gleichgewicht am verformten System	130
4.3	Ergänzung der virtuellen Arbeit	134
4.4	Knotengleichgewicht unter Berücksichtigung von Verformungen	140
4.5	Geometrische Steifigkeitsmatrix	142
4.6	Sonderfall: Biegung mit Druck- bzw. Zugnormalkraft	147
4.7	Vorverformungen und geometrische Ersatzimperfektionen	151
4.8	Berechnungen nach Theorie II. Ordnung und Nachweis-schnittgrößen	155
4.9	Stabilitätsuntersuchungen/Verzweigungslasten	163
4.10	Eigenformen/Knickbiegelinien	165
4.11	Fließgelenktheorie	168
4.12.	Fließzonentheorie	172
4.12.1	Anwendungsbereiche	172
4.12.2	Wirklichkeitsnahe Berechnungsannahmen	172
4.12.3	Einfluss der Imperfektionen	175
4.12.4	Berechnungsbeispiele	176

5	Anwendungsbeispiele für Stabtragwerke	179
5.1	Übersicht	179
5.1.1	Allgemeines	179
5.1.2	Nachweis ausreichender Querschnittstragfähigkeit	180
5.1.3	Nachweise zum Biegeknicken und Biegedrillknicken	182
5.1.4	Auswahl der Elementtypen und -matrizen	184
5.1.5	Tragfähigkeitsmindernde Einflüsse	186
5.2	Träger	188
5.2.1	Vorbemerkungen	188
5.2.2	Einfeldträger mit Kragarm	188
5.2.3	Traglast eines Zweifeldträgers	191
5.2.4	Zweifeldträger mit elastischem Mittelaufleger	194
5.2.5	Träger mit planmäßiger Torsion	196
5.2.6	Kranbahnträger	198
5.3	Stützen und andere Druckstäbe	202
5.3.1	Vorbemerkungen	202
5.3.2	Elastisch eingespannte Rohrstütze	202
5.3.3	Stütze mit planmäßiger Biegung	203
5.3.4	Giebelwandeckstütze	206
5.4	Fachwerke	210
5.4.1	Vorbemerkungen	210
5.4.2	Ebener Fachwerkbinder	211
5.5	Rahmen und Stabwerke	215
5.5.1	Vorbemerkungen	215
5.5.2	Zweigelenkrahmen mit Zwischenbühne	215
5.5.3	Rahmen unter Berücksichtigung der Anschlusssteifigkeit	220
5.5.4	Haupttragwerk einer Stabbogenbrücke	226
5.6	Trägerroste	230
5.6.1	Vorbemerkungen	230
5.6.2	Fahrbahn einer Stabbogenbrücke	230
	FEM für ebene Flächentragwerke	232
6.1	Scheiben und Platten	232
6.2	Spannungen und Schnittgrößen	232
6.3	Verschiebungsgrößen	234
6.4	Grundlegende Beziehungen	235
6.5	Prinzip der virtuellen Arbeit	237
6.6	Scheiben und Platten im Stahlbau	240
6.7	Steifigkeitsmatrix für ein Plattenelement	241
6.8	Geometrische Steifigkeitsmatrix für das Plattenbeulen	244
6.9	Längs- und querausgesteifte Platten	246

6.10	Nachweise zum Plattenbeulen	250
6.11	Ermittlung von Beulwerten und -flächen mit der FEM	257
6.12	Anwendungsbeispiele zum Plattenbeulen	260
6.12.1	Einzelfeld mit konstanten a_x und $a \ll 1,5$	260
6.12.2	Vollwandträgersteg mit Längssteifen	263
6.12.3	Stegblech einer Verbundbrücke mit Schubbeanspruchung	267
6.12.4	Stegblech mit hoher Biegebeanspruchung	268
7	FEM für Stabquerschnitte	270
7.1	Aufgabenstellungen	270
7.2	Normierte Bezugssysteme und Querschnittskennwerte	272
7.3	Prinzip der virtuellen Arbeit	275
7.4	Eindimensionale Elemente für dünnwandige Querschnitte	280
7.4.1	Virtuelle Arbeit	280
7.4.2	Elementsteifigkeitsbeziehungen	283
7.4.3	Gleichungssysteme	285
7.4.4	Berechnungen der Querschnittswerte und Spannungen	287
7.4.5	Zusammenstellung	290
7.5	Zweidimensionale Elemente für dickwandige Querschnitte	291
7.5.1	Vorbemerkungen	291
7.5.2	Virtuelle Arbeit für dickwandige Querschnittselemente	293
7.5.3	Elementgeometrie	295
7.5.4	Transformationsbeziehungen	297
7.5.5	Steifigkeitsbeziehungen	299
7.5.6	Numerische Integration	301
7.5.7	Querschnittswerte und Spannungen	304
7.5.8	Güte der Näherungslösungen	306
7.5.9	Sonderfall: Rechteckige Elemente	308
7.6	Berechnungsablauf	312
7.7	Anwendungsbeispiele	314
7.7.1	Vorbemerkungen	314
7.7.2	Einzelliger Hohlkastenquerschnitt	314
7.7.3	Brückenquerschnitt mit Trapezsteifen	319
7.7.4	Rechteckiger Vollquerschnitt	322
7.7.5	Doppelsymmetrischer I-Querschnitt	329
7.7.6	Kranschiene	336
8	Gleichungssysteme	339
8.1	Problemstellung	339
8.2	Lösungsverfahren	340
8.3	<i>Gaußscher</i> Algorithmus	341

Inhaltsverzeichnis	XI
8.4 <i>Cholesky</i> - Verfahren	342
8.5 <i>Gaucht</i> - Verfahren	342
8.6 Berechnungsbeispiel	344
8.7 Ergänzende Hinweise	346
 9 Lösung von Eigenwertproblemen	 347
9.1 Problemstellung	347
9.2 Erläuterungen zum Verständnis	348
9.3 Matrizenzerlegungsverfahren	353
9.4 Inverse Vektoriteration	358
9.5 Kombination der Lösungsverfahren	364
 Literaturverzeichnis	 369
 Sachverzeichnis	 375