

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Begriffe und Notationen</b>	<b>3</b>
2.1 Logische Formeln und Konnektoren	3
2.2 Grundkonzepte aus der Mengenlehre	6
2.2.1 Relationen	9
2.2.2 Funktionen	11
2.2.3 Isomorphie, Abzählbarkeit	13
2.3 Grundbegriffe aus der Algebra	17
2.4 Grundbegriffe aus der Graphentheorie	22
2.5 Grundbegriffe aus der Informatik	27
2.6 Probleme und Algorithmen	32
2.7 Zusammenfassung	33
<b>3. Eine kurze Einführung in die Aussagenlogik</b>	<b>35</b>
3.1 Syntax der Aussagenlogik	35
3.2 Semantik der Aussagenlogik	37
3.3 Wahrheitstabeln	40
3.4 SAT und TAUT	41
3.5 Äquivalenz von Formeln	42
3.6 Konjunktive und disjunktive Normalform	45
3.7 Zusammenfassung	48

---

## Teil I. Formale Sprachen

---

<b>4. Grammatiken und formale Sprachen</b>	<b>53</b>
4.1 Grammatiken	53
4.2 Die Sprachklassen der Chomsky-Hierarchie	56
4.3 Automaten	60
4.4 Zusammenfassung	61

<b>5. Reguläre Sprachen und endliche Automaten</b>	63
5.1 Verschiedene Automatentypen	63
5.1.1 Endliche Automaten	63
5.1.2 Indeterminierte endliche Automaten	67
5.1.3 Automaten mit $\varepsilon$ -Kanten	75
5.1.4 Endliche Automaten mit Ausgabe: gsm	77
5.2 Rationale Sprachen und $\mathcal{L}_3$	81
5.3 Abschlußigenschaften von $\mathcal{L}_3$	82
5.4 Eine weitere Charakterisierung von $\mathcal{L}_3$ :	
über reguläre Ausdrücke	83
5.5 Eine weitere Charakterisierung von $\mathcal{L}_3$ :	
über die Kongruenz $\sim_L$	87
5.6 Minimale Automaten	92
5.7 Das Pumping-Lemma für $\mathcal{L}_3$	102
5.8 Entscheidbare Probleme für $\mathcal{L}_3$	105
5.9 Zusammenfassung	106
<b>6. Kontextfreie Sprachen</b>	109
6.1 Darstellung von kontextfreien Ableitungen in Baumform	109
6.2 Umformung von Grammatiken	113
6.3 Chomsky- und Greibach-Normalform	121
6.4 Das Pumping-Lemma für $\mathcal{L}_2$	128
6.5 Abschlußigenschaften von $\mathcal{L}_2$	132
6.6 Push-Down-Automaten (PDA)	133
6.7 Determiniert kontextfreie Sprachen (DCFL)	144
6.8 Probleme und Algorithmen zu cf-Sprachen	154
6.8.1 Das Wortproblem	154
6.8.2 Andere Probleme	159
6.9 Zusammenfassung	163
<b>7. Turing-Maschinen</b>	165
7.1 Determinierte Turing-Maschinen	166
7.2 TM-Flußdiagramme	169
7.3 Entscheidbarkeit, Akzeptierbarkeit, Aufzählbarkeit	172
7.4 Variationen von Turing-Maschinen	174
7.5 Universelle Turing-Maschinen	183
7.5.1 Gödelisierung	184
7.5.2 Eine konkrete universelle Turing-Maschine	186
7.6 Zusammenfassung	192
<b>8. Die Sprachklassen <math>\mathcal{L}</math>, <math>\mathcal{L}_0</math> und <math>\mathcal{L}_1</math></b>	195
8.1 $\mathcal{L}_1$ und beschränkte Grammatiken	195
8.2 Linear beschränkte Automaten und Turing-Maschinen	196
8.3 Entscheidbare Sprachen	202
8.4 $\mathcal{L}_0$ und $\mathcal{L}$	207

8.5	Typ-1-Sprachen sind abgeschlossen gegen Komplement . . . . .	208
8.6	Zusammenfassung . . . . .	214
<b>9.</b>	<b>Abschlußeigenschaften von Sprachklassen . . . . .</b>	<b>215</b>
9.1	Überblick . . . . .	215
9.2	Beweise der Abschlußeigenschaften . . . . .	216
9.3	Zusammenfassung . . . . .	223

---

## Teil II. Berechenbarkeit

---

<b>10.</b>	<b>Einleitung . . . . .</b>	<b>227</b>
10.1	Immer mächtigere Automaten . . . . .	227
10.2	Die Churchsche These . . . . .	228
10.3	Was es außer Turing-Maschinen noch gibt . . . . .	228
10.4	Unentscheidbare Probleme . . . . .	229
10.5	Komplexitätstheorie . . . . .	230
10.6	Zusammenfassung . . . . .	231
<b>11.</b>	<b>Registermaschinen . . . . .</b>	<b>233</b>
11.1	Registermaschinen und LOOP-Programme . . . . .	234
11.2	WHILE-Programme . . . . .	238
11.3	GOTO-Programme . . . . .	241
11.4	GOTO-Programme und Turing-Maschinen . . . . .	244
11.5	LOOP-Programme und Turing-Maschinen . . . . .	247
11.6	Zusammenfassung . . . . .	251
<b>12.</b>	<b>Rekursive Funktionen . . . . .</b>	<b>253</b>
12.1	Primitiv rekursive Funktionen . . . . .	254
12.2	Arithmetische Funktionen, primitiv rekursiv ausgedrückt . . . . .	255
12.3	$\varphi$ und LOOP . . . . .	262
12.4	$\mu$ -rekursive Funktionen . . . . .	271
12.5	$\mu$ -rekursive Funktionen gleichmächtig wie Turing-Maschinen . . . . .	274
12.6	Übersicht über die verschiedenen Berechenbarkeitsbegriffe . . . . .	286
12.7	Eine weitere universelle Turing-Maschine, die auf Kleenes Theorem basiert . . . . .	287
12.8	Zusammenfassung . . . . .	288
<b>13.</b>	<b>Unentscheidbare Probleme . . . . .</b>	<b>291</b>
13.1	Entscheidbarkeit, Akzeptierbarkeit, Aufzählbarkeit . . . . .	292
13.2	Eine Liste unentscheidbarer TM-Probleme . . . . .	294
13.3	Das spezielle Halteproblem . . . . .	297
13.4	Unentscheidbarkeits-Beweise via Reduktion . . . . .	298
13.5	Der Satz von Rice . . . . .	303

13.6 Unentscheidbarkeit und formale Sprachen .....	306
13.6.1 Semi-Thue-Systeme und Postsche Normalsysteme ....	307
13.6.2 Das PCP und unentscheidbare Probleme für $\mathcal{L}_2$ .....	317
13.6.3 Entscheidbare und unentscheidbare Probleme für $\mathcal{L}_2$ ..	322
13.6.4 Eine weitere Anwendung der Unentscheidbarkeit von $K_0$ .....	322
13.7 Zusammenfassung .....	324
<b>14. Alternative Berechnungsmodelle .....</b>	<b>327</b>
14.1 Ein-Register-Maschinen .....	327
14.2 Zwei-Register-Maschinen .....	332
14.3 Variationen über Zwei-Register-Maschinen .....	336
14.3.1 Turing-Maschinen mit eingeschränktem Alphabet .....	336
14.3.2 Ein System mit zwei Stapeln von leeren Blättern ....	337
14.3.3 Push-Down-Automaten mit Queue oder zwei Stapeln .	337
14.3.4 Ein Stein im $\mathbb{N}^2$ .....	338
14.4 Wang-Maschinen .....	338
14.5 Tag-Systeme .....	342
14.6 Rödning-Netze .....	351
14.7 Eine extrem kleine universelle zweidimensionale Turing-Maschine .....	378
14.8 Reversible Rechnungen .....	387
14.8.1 Abstrakte Rechenmodelle .....	387
14.8.2 Asynchrone Automaten und Netze .....	392
14.8.3 Berechnungsuniverselle chemisch reversible Netze ....	399
14.8.4 Chemisch reversible Grammatiken .....	405
14.8.5 Physikalisch reversible Schaltwerke .....	411
14.8.6 Physikalisch reversible Turing-Maschinen .....	418
14.9 Splicing .....	420
14.9.1 H-Systeme .....	421
14.9.2 Test-tube-Systeme .....	430
14.10 Zusammenfassung .....	435
<b>15. Komplexität .....</b>	<b>439</b>
15.1 Abschätzung mit dem O-Kalkül .....	439
15.2 Aufwandberechnung und Turing-Maschinen .....	442
15.3 Abschätzung für determinierte und indetermierte Maschinen .....	446
15.4 NP-vollständige Probleme .....	450
15.5 Zusammenfassung .....	472
<b>Bibliographische Hinweise .....</b>	<b>473</b>
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>475</b>

**Sachverzeichnis** ..... 481