

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 0	Mengen und Funktionen	13
Kapitel 1	Reelle Zahlen	17
1.1	Binäre Entwicklung	22
1.2	Reelle Zahlen	24
1.3	Grenzwerte und Vollständigkeit	26
1.4	Addition und Multiplikation	28
1.5	Kehrwert und Quadratwurzel	32
1.6	Dezimal- und Binärschreibweise	34
1.7	Supremum und Infimum	36
1.8	Intervalle, Häufungspunkte	38
1.9	*Cauchyfolgen*	40
Kapitel 2	Stetigkeit	41
2.1	Stetige Funktionen	46
2.2	Der Zwischenwertsatz	48
2.3	Grenzwerte	50
2.4	Asymptote	52
2.5	Umkehrfunktionen	54
2.6	Die Exponentialfunktion	56
2.7	Der Logarithmus	60
2.8	Maxima und Minima	62
Kapitel 3	Fläche, Winkel und komplexe Zahlen	65
3.1	Offene Mengen in $\mathbb{R}^2$	70
3.2	Flächeninhalt	72
3.3	Pythagoras	76

3.4	Drehungen	78
3.5	Das Winkelmaß	80
3.6	Die Winkelfunktionen	82
3.7	Komplexe Zahlen	84
3.8	Geometrie der Addition und Multiplikation	86
3.9	Polynomiale Gleichungen	88

Kapitel 4 Differenzialrechnung **91**

4.1	Definition der Differenzierbarkeit	96
4.2	Rechenregeln für differenzierbare Funktionen	98
4.3	Ableitung der Winkelfunktionen	100
4.4	Satz von Rolle und Mittelwertsatz	102
4.5	Ableitung der Exponentialfunktion	104
4.6	Extremwerte, höhere Ableitungen	106
4.7	Die l'Hôpital'sche Regel	108
4.8	Die Taylorformel	110
4.9	Konvexität, Konkavität und Wendepunkte	112
4.10	Kurvendiskussion	114
4.11	*Das Newton-Verfahren*	116
4.12	*Die komplexe Exponentialfunktion*	118

Kapitel 5 Integralrechnung **121**

5.1	Hauptsatz der Differenzial und Integralrechnung	124
5.2	Stammfunktionen, Substitutionsregel	126
5.3	Partielle Integration	128
5.4	Integrieren von rationalen Funktionen	130
5.5	Spezielle Substitutionen	132
5.6	Integrale über (halb-)offenen Intervallen	134
5.7	Der Satz von Levi	136

5.8	*Trapezregel und simpsonsche Regel*	138
5.9	*Das Riemann-Integral*	140
5.10	*Irrationalität von π *	142
5.11	*Eine schwache Form des Primzahlsatzes*	143
5.12	*Stirlingsche Formel*	144

Kapitel 6 Reihen und Potenzreihen **145**

6.1	Konvergenz von Reihen	150
6.2	Vergleichskriterium	152
6.3	Leibniz-Kriterium	154
6.4	Das Integralkriterium	156
6.5	Quotienten- und Wurzelkriterium	158
6.6	Die Umordnungssätze	160
6.7	Potenzreihen	164
6.8	Differenzieren von Potenzreihen	166
6.9	*Reihen mit komplexen Termen*	168
6.10	*Einsetzen von Potenzreihen*	170
6.11	*Der abelsche Grenzwertsatz*	172

Kapitel 7 Funktionenfolgen **173**

7.1	Gleichmäßige Konvergenz	178
7.2	Integrieren und differenzieren: Vertauschungsgesetze	180
7.3	Reihen von Funktionen: Weierstraßkriterium	182
7.4	Fourier-Reihen	184
7.5	Beweis des Satzes über Fourier-Reihen	186

Kapitel 8 Topologische Begriffe und Stetigkeit **189**

8.1	Offene und abgeschlossene Mengen	192
8.2	Randpunkte	194
8.3	Folgen	196

8.4	Stetige Funktionen	198
8.5	Bolzano-Weierstraß, Maxima und Minima	200
8.6	Abstand	202
8.7	Das Lemma von Lebesgue und Kompaktheit	204
8.8	Zusammenhängend und wegzusammenhängend.....	206
8.9	Gleichmäßige Stetigkeit.....	208
8.10	Hauptsatz der Algebra.....	210

Kapitel 9 Differenzialrechnung in $\mathbb{R}^n$

9.1	Parametrisierte Kurven	216
9.2	Bogenlänge	218
9.3	Höhenlinien.....	220
9.4	Partielle- und Richtungsableitungen.....	222
9.5	Totale Differenzierbarkeit	224
9.6	Lokale Extrema I	226
9.7	Die Kettenregel	228
9.8	Differenzieren unter dem Integralzeichen	230
9.9	Höhere Ableitungen und der Satz von Schwarz.....	232
9.10	Lokale Extrema II	234
9.11	Die Taylorformel	236

Kapitel 10 Untermannigfaltigkeiten

10.1	Der implizite Funktionensatz: Eine Gleichung	242
10.2	Impliziter Funktionensatz: Mehrere Gleichungen	244
10.3	Inverser Funktionensatz	246
10.4	Untermannigfaltigkeiten.....	248
10.5	Tangentialräume	250
10.6	Lagrange-Multiplikatorensatz	252
10.7	*Klassifikation von Kurven*	254

Kapitel 11	Volumen und Integration	255
11.1	Volumen von offenen Mengen	260
11.2	Das Prinzip von Cavalieri	262
11.3	Das Integral für stetige Funktionen	266
11.4	Volumen und lineare Abbildungen	268
11.5	Diffeomorphismen: Die Transformationsformel	270
11.6	Polarkoordinaten und Kugelkoordinaten	274
11.7	Tubularumgebungen	276
11.8	Integrale auf Untermannigfaltigkeiten	280
11.9	*Volumen von Tubularumgebungen*	282
Kapitel 12	Lebesgue-Maß und Lebesgue-Integral	285
12.1	Das Lebesgue-Maß	287
12.2	Das Lebesgue-Integral	290
12.3	Fast überall	291
12.4	Das Prinzip von Cavalieri für das Lebesgue-Integral	292
12.5	Additivität, Fubini und Tonelli	294
12.6	Satz von dominierter Konvergenz	295
12.7	Treppenfunktionen	296
12.8	Differenzieren unter dem Integralzeichen	297
12.9	*Das Banach-Tarski-Paradox*	298
Kapitel 13	Differenzialgleichungen	303
13.1	Picard-Lindelöf-Verfahren	308
13.2	Lineare Differenzialgleichungen	312
13.3	Trennbare Variablen	314
13.4	Lineare Differenzialgleichungen zweiter Ordnung	316
13.5	Systeme linearer Differenzialgleichungen I	318
13.6	Die Exponentialfunktion für Matrizen	320

13.7	Systeme linearer Differenzialgleichungen II	322
13.8	Differenzialgleichungen höherer Ordnung	324
13.9	Maximale Lösungen von Differenzialgleichungen	326
13.10	Exakte Differenzialgleichungen und erste Integrale	328
13.11	Integrierende Faktoren.....	330
Kapitel 14	Vektoranalysis	333
14.1	Kurvenintegrale.....	336
14.2	Wegintegral und Potenzialfunktionen	338
14.3	Orientierbarkeit und Fluss	340
14.4	Der Divergenzsatz von Gauß	342
14.5	Der Divergenzsatz mit singulärem Rand	346
14.6	Der Satz von Stokes in $\mathbb{R}^3$	350
14.7	Beweis des Satzes von Stokes	352
A	Der allgemeine Satz von Stokes	354
A.1	Untermannigfaltigkeiten mit Rand	355
A.2	Multilinearformen	356
A.3	Differenzialformen in $\mathbb{R}^n$	358
A.4	Differenzialformen auf Untermannigfaltigkeiten	360
A.5	Integrieren und der Satz von Stokes	362
Index		365