

**Bertram Huppert, Wolfgang Willems**

# **Lineare Algebra**



**Teubner**

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	vii
<b>1 Mengen und Abbildungen</b>	1
1.1 Mengen	1
1.2 Abbildungen	8
1.3 Binomialkoeffizienten; elementare Abzählungen	13
<b>2 Vektorräume</b>	21
2.1 Gruppen	21
2.2 Ringe und Körper	33
2.3 Das RSA-Verfahren in der Kryptographie	39
2.4 Der komplexe Zahlkörper	42
2.5 Endliche Körper	49
2.6 Vektorräume und Unterräume	53
2.7 Lineare Abhängigkeit, Basen, Dimension	59
2.8 Rekursionsgleichungen	72
2.9 Der Faktorraum	80
<b>3 Lineare Abbildungen und Matrizen</b>	83
3.1 Lineare Abbildungen	83
3.2 Das Rechnen mit linearen Abbildungen	91
3.3 Matrizen	100
3.4 Stochastische Matrizen I	117
3.5 Die Spur	136
3.6 Projektionen und direkte Zerlegungen	140
3.7 Codierungstheorie I	147
3.8 Elementare Umformungen	165
3.9 Lineare Gleichungen	173
<b>4 Determinanten</b>	182
4.1 Gruppenhomomorphismen, Normalteiler, Faktorgruppen	182
4.2 Permutationen und Signum	187

4.3	Determinanten . . . . .	194
4.4	Erzeugung von $GL(V)$ und eine Charakterisierung der Determinante . . . . .	213
4.5	Die Graßmann-Algebra . . . . .	220
<b>5</b>	<b>Normalformen von Matrizen</b>	<b>230</b>
5.1	Polynome und ihre Nullstellen . . . . .	230
5.2	Ringe und Ideale . . . . .	243
5.3	Arithmetik in Integritätsbereichen . . . . .	253
5.4	Charakteristisches Polynom und Eigenwerte . . . . .	268
5.5	Minimalpolynom und Diagonalisierbarkeit . . . . .	283
5.6	Moduln über Hauptidealringen . . . . .	293
5.7	Die Jordansche Normalform . . . . .	305
<b>6</b>	<b>Normierte Vektorräume und Algebren</b>	<b>312</b>
6.1	Normierte Vektorräume . . . . .	312
6.2	Normierte Algebren . . . . .	323
6.3	Nichtnegative Matrizen . . . . .	337
6.4	Die Exponentialfunktion von Matrizen . . . . .	348
6.5	Stochastische Matrizen II . . . . .	355
<b>7</b>	<b>Vektorräume mit Skalarprodukt</b>	<b>371</b>
7.1	Skalarprodukte und Orthogonalität . . . . .	371
7.2	Orthogonale Zerlegungen . . . . .	388
7.3	Isotrope Unterräume . . . . .	391
7.4	Codierungstheorie II . . . . .	404
7.5	Minkowskiraum und Lorentzgruppe . . . . .	418
7.6	Spezielle Relativitätstheorie . . . . .	429
<b>8</b>	<b>Hilberträume und ihre Abbildungen</b>	<b>436</b>
8.1	Endlichdimensionale Hilberträume . . . . .	436
8.2	Adjungierte Abbildungen . . . . .	449
8.3	Hermiteische Abbildungen . . . . .	459
8.4	Eigenwertabschätzungen . . . . .	477
8.5	Lineare Schwingungen . . . . .	483
<b>9</b>	<b>Euklidische Vektorräume und orthogonale Abbildungen</b>	<b>498</b>
9.1	Orthogonale Abbildungen euklidischer Vektorräume . . . . .	498
9.2	Liealgebra und vektorielles Produkt . . . . .	510
9.3	Quaternionen und die Gruppen $SO(3)$ und $SO(4)$ . . . . .	523
9.4	Endliche Untergruppen von $SO(3)$ . . . . .	535

Inhaltsverzeichnis	xiii
Lösungen zu ausgewählten Aufgaben	545
Literatur	573
Namensverzeichnis	575
Index	577