

Bertram Huppert, Wolfgang Willems

Lineare Algebra



Inhaltsverzeichnis

Vorwort

vii

1 Mengen und Abbildungen	1
1.1 Mengen	1
1.2 Abbildungen	8
1.3 Binomialkoeffizienten; elementare Abzählungen	13
2 Vektorräume	21
2.1 Gruppen	21
2.2 Ringe und Körper	33
2.3 Das RSA-Verfahren in der Kryptographie	39
2.4 Der komplexe Zahlkörper	42
2.5 Endliche Körper	49
2.6 Vektorräume und Unterräume	53
2.7 Lineare Abhängigkeit, Basen, Dimension	59
2.8 Rekursionsgleichungen	72
2.9 Der Faktorraum	80
3 Lineare Abbildungen und Matrizen	83
3.1 Lineare Abbildungen	83
3.2 Das Rechnen mit linearen Abbildungen	91
3.3 Matrizen	100
3.4 Stochastische Matrizen I	117
3.5 Die Spur	136
3.6 Projektionen und direkte Zerlegungen	140
3.7 Codierungstheorie I	147
3.8 Elementare Umformungen	165
3.9 Lineare Gleichungen	173
4 Determinanten	182
4.1 Gruppenhomomorphismen, Normalteiler, Faktorgruppen	182
4.2 Permutationen und Signum	187

4.3	Determinanten	194
4.4	Erzeugung von $GL(V)$ und eine Charakterisierung der Determinante	213
4.5	Die Graßmann-Algebra	220
5	Normalformen von Matrizen	230
5.1	Polynome und ihre Nullstellen	230
5.2	Ringe und Ideale	243
5.3	Arithmetik in Integritätsbereichen	253
5.4	Charakteristisches Polynom und Eigenwerte	268
5.5	Minimalpolynom und Diagonalisierbarkeit	283
5.6	Moduln über Hauptidealringen	293
5.7	Die Jordansche Normalform	305
6	Normierte Vektorräume und Algebren	312
6.1	Normierte Vektorräume	312
6.2	Normierte Algebren	323
6.3	Nichtnegative Matrizen	337
6.4	Die Exponentialfunktion von Matrizen	348
6.5	Stochastische Matrizen II	355
7	Vektorräume mit Skalarprodukt	371
7.1	Skalarprodukte und Orthogonalität	371
7.2	Orthogonale Zerlegungen	388
7.3	Isotrope Unterräume	391
7.4	Codierungstheorie II	404
7.5	Minkowskiraum und Lorentzgruppe	418
7.6	Spezielle Relativitätstheorie	429
8	Hilberträume und ihre Abbildungen	436
8.1	Endlichdimensionale Hilberträume	436
8.2	Adjungierte Abbildungen	449
8.3	Hermitesche Abbildungen	459
8.4	Eigenwertabschätzungen	477
8.5	Lineare Schwingungen	483
9	Euklidische Vektorräume und orthogonale Abbildungen	498
9.1	Orthogonale Abbildungen euklidischer Vektorräume	498
9.2	Liealgebra und vektorielles Produkt	510
9.3	Quaternionen und die Gruppen $SO(3)$ und $SO(4)$	523
9.4	Endliche Untergruppen von $SO(3)$	535

Inhaltsverzeichnis	xiii
Lösungen zu ausgewählten Aufgaben	545
Literatur	573
Namensverzeichnis	575
Index	577