

Inhaltsverzeichnis

1	Grundwissen	1
1.1	Arten von Zahlen	1
1.2	Potenzen und Wurzeln	7
1.3	Summation, Produkt und Fakultät	10
1.4	Logarithmus	13
1.5	Mittelwert einer Zahlenreihe	16
1.6	Winkelmaße Grad, Radiant und Gon	18
1.7	Zinsrechnung	20
1.8	Das SI-System der Einheiten	24
1.9	Technische Beispiele	25
1.10	Zusätzliche Beispiele	30
1.11	Aufgaben	35
2	Elementare Funktionen	41
2.1	Polynomfunktion	41
2.2	Potenz- und Wurzelfunktion	46
2.3	Exponentialfunktion	47
2.4	Logarithmische Funktion	51
2.5	Symmetrie und Antimetrie von Funktionen	56
2.6	Stetigkeit und Glattheit von Funktionen	58
2.7	Trigonometrische Funktionen	59
2.8	Arkusfunktionen	65
2.9	Hyperbelfunktionen	66
2.10	Kegelschnitt-Funktionen	67
2.11	Explizite und implizite Darstellung von Funktionen	70
2.12	Funktionen in Parameterdarstellung	72
2.13	Weitere Funktionen	74
2.14	Technische Beispiele	76
2.15	Zusätzliche Beispiele	78
2.16	Aufgaben	78
3	Differentialrechnung	81
3.1	Differenzenquotient	82
3.2	Differentialquotient	83
3.3	Definition der Ableitung	85
3.4	Ableitungsregeln	87
3.5	Ableitung logarithmischer Funktionen	93
3.6	Ableitung impliziter Funktionen	94
3.7	Ableitung von Parameterfunktionen	96

3.8	Linearisierung einer Funktion	98
3.9	Höhere Ableitungen	102
3.10	Alternative Formeln für die <i>zweite</i> Ableitung	102
3.11	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen	105
3.12	Unbestimmte Ausdrücke und Regel von l'Hospital	110
3.13	Lokale Extremwerte einer Funktion	118
3.14	Krümmungsradius einer Kurve	122
3.15	Technische Anwendungen	125
3.16	Zusätzliche Beispiele	138
3.17	Aufgaben	157
4	Integralrechnung	167
4.1	Unbestimmtes Integral	168
4.2	Bestimmtes Integral	174
4.3	Numerische Integration	179
4.4	Geometrische Anwendungen der Integralrechnung	188
4.5	Technische Anwendungen der Integralrechnung	203
4.6	Zusätzliche Beispiele	221
4.7	Aufgaben	243
5	Matrizen und lineare Gleichungssysteme	249
5.1	Einführung	249
5.2	Definitionen für Matrizen	252
5.3	Addition und Subtraktion von Matrizen	257
5.4	Transposition von Matrizen	258
5.5	Multiplikation von Matrizen	260
5.6	Lösung linearer Gleichungssysteme	268
5.7	Determinanten	277
5.8	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit einer Matrix	287
5.9	Rang einer Matrix	290
5.10	Inverse einer Matrix	292
5.11	Weitere Eigenschaften von Matrizen	296
5.12	Bedeutung der Inverse in der Statik	297
5.13	Zusätzliche Beispiele	298
5.14	Technische Beispiele	310
5.15	Aufgaben	314
6	Vektorrechnung	323
6.1	Einleitung	323
6.2	Definitionen für Vektoren	324
6.3	Rechtshändiges Kartesisches Koordinatensystem	326
6.4	Komponentenschreibweise für Vektoren	327
6.5	Linearkombination von Vektoren	330
6.6	Vektordarstellung mit Basisvektoren	333
6.7	Skalarprodukt von Vektoren	335

6.8	Kreuzprodukt	340
6.9	Technische Anwendungsbeispiele für das Kreuzprodukt	348
6.10	Spatprodukt	353
6.11	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	356
6.12	Vektoren in der analytischen Geometrie	358
6.13	Technische Beispiele	370
6.14	Zusätzliche Beispiele	378
6.15	Aufgaben	398
7	Koordinatentransformation	403
7.1	Koordinatensysteme	403
7.2	Koordinatentransformation in der xy -Ebene	409
7.3	Zusätzliche Beispiele	414
7.4	Aufgaben	417
8	Elementare analytische Geometrie	419
8.1	Zusätzliche Beispiele	437
8.2	Aufgaben	440
9	Stochastik	443
9.1	Deskriptive Statistik	445
9.2	Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie	455
9.3	Zufallsvariable	465
9.4	Verteilungsfunktion $F(x)$	467
9.5	Dichtefunktion $f(x)$	468
9.6	Maßzahlen einer stetig verteilten Zufallsvariable	470
9.7	Normalverteilung	472
9.8	Weitere Verteilungen	478
9.9	Zusätzliche Beispiele	480
9.10	Aufgaben	484
10	Gewöhnliche Differentialgleichungen	487
10.1	Einführung	487
10.2	Definitionen für gewöhnliche Differentialgleichungen	493
10.3	Lösung einer Differentialgleichung	496
10.4	Arten der Lösungen von Differentialgleichungen	498
10.5	Lösungsstrategie für ein physikalisches Problem	501
10.6	Differentialgleichungen 1. Ordnung	503
10.7	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	519
10.8	Technische Anwendungen	530
10.9	Zusätzliche Beispiele für lineare DGL 1. Ordnung	559
10.10	Zusätzliche Beispiele für lineare DGL 2. Ordnung	584
10.11	Aufgaben	589
11	Fourier-Reihen	595
11.1	Einführung	595

11.2	Fourier-Reihen	597
11.3	Fourier-Reihen gerader und ungerader Funktionen	606
11.4	Fourier-Reihe einer bereichsweise definierten Funktion	609
11.5	Aufgaben	613
12	Multivariable Differentialrechnung	615
12.1	Einleitung	615
12.2	Partielle Ableitung von Funktionen mit zwei Variablen	618
12.3	Partielle Ableitung von Funktionen mit n unabhängigen Variablen	624
12.4	Totales Differential	625
12.5	Implizite Ableitung	632
12.6	Skalarfelder und Skalarfunktionen	635
12.7	Niveaulinien und Niveauflächen	637
12.8	Gradient	639
12.9	Richtungsableitung	644
12.10	Orthogonalität des Gradienten zu Niveaulinien und Niveauflächen	647
12.11	Extremwerte multivariabler Funktionen	651
12.12	Technische Anwendungsbeispiele	657
12.13	Zusätzliche Beispiele	663
12.14	Aufgaben	686
13	Partielle Differentialgleichungen	693
13.1	Einführung	693
13.2	Biegeschwingungen eines elastischen Balkens	693
13.3	Axialschwingungen eines elastischen Stabs	703
13.4	Schwingungen eines vorgespannten Seils oder einer Saite	709
13.5	Plattenbiegung	713
13.6	Aufgaben	716
14	Eigenwertaufgaben	719
14.1	Einführung	719
14.2	Spezielle und allgemeine Eigenwertaufgabe	720
14.3	Direkte Lösung der speziellen Eigenwertaufgabe	721
14.4	Direkte Lösung der allgemeinen Eigenwertaufgabe	725
14.5	Transformation der allgemeinen Eigenwertaufgabe in die spezielle Eigenwertaufgabe	730
14.6	Kenngößen einer Matrix und Eigenwerte	731
14.7	Vektornorm	737
14.8	Iterative Lösung von Eigenwertaufgaben	738
14.9	Mises-Iteration für die spezielle Eigenwertaufgabe (Power-Methode)	738
14.10	Inverse Iteration für die spezielle Eigenwertaufgabe (Modifizierte Mises-Iteration)	746
14.11	Iteration bei Eigenschwingungen	750
14.12	Inverse Iteration bei Stabilitätsaufgaben der Strukturmechanik	758
14.13	Zusätzliche Beispiele	761
14.14	Aufgaben	765

15 Lösung von nichtlinearen Gleichungen	769
15.1 Regula Falsi	769
15.2 Fixpunkt-Iteration	773
15.3 Newton-Verfahren für Nullstellenbestimmung	777
15.4 Technische Beispiele	783
15.5 Zusätzliche Beispiele	787
15.6 Aufgaben	789
 16 Lösungsalgorithmen für lineare Gleichungssysteme	 791
16.1 LU-Faktorisierung	791
16.2 Cholesky-Verfahren	796
16.3 Gauß-Seidel-Iteration	798
16.4 Zusätzliche Beispiele	803
16.5 Aufgaben	803
 17 Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	 805
17.1 Differentialgleichungen 1. Ordnung	805
17.2 Zusätzliche Beispiele	811
17.3 Aufgaben	815
 18 Komplexe Zahlen	 817
18.1 Einführung	817
18.2 Algebraische Operationen mit komplexen Zahlen	822
18.3 Aufgaben	825
 19 Mathematik mit Maple	 827
19.1 Einführung in Maple	828
19.2 Elementar-Mathematik	836
19.3 Differentialrechnung	838
19.4 Lineare Algebra	842
19.5 Vektorrechnung	845
19.6 Integralrechnung	847
19.7 Gewöhnliche Differentialgleichungen	849
19.8 Fourier-Reihen	851
19.9 Differentialrechnung für multivariable Funktionen	853
19.10 Partielle Differentialgleichungen	855
19.11 Eigenwerte	857
19.12 Nichtlineare Gleichungen	864
19.13 Lineare Gleichungssysteme	865
19.14 Differentialgleichungen	867

Anhang	869
A Ausgewählte Formeln und Beziehungen	871
A.1 Verschiedene Konstanten und Symbole	871
A.2 Abgeleitete SI-Einheiten	872
A.3 Trigonometrische Funktionen	873
A.4 Arkusfunktionen	875
A.5 Hyperbelfunktionen	875
A.6 Ableitung elementarer Funktionen	876
A.7 Unbestimmte Integrale	877
A.8 Einige bestimmte Integrale	885
A.9 Potenzreihen für einige Funktionen	887
A.10 Näherungsformeln	887
A.11 Verschiedene Ausdrücke	888
A.12 Verteilungsfunktion der Normalverteilung	889
Literaturverzeichnis	895
Stichwortverzeichnis	897