

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Einführung in die Stabilitätstheorie	3
2.1	Einführung	3
2.1.1	Existenz von Lösungen eines dynamischen Systems	7
2.1.2	Autonomie von Differenzialgleichungen	9
2.1.3	Lineare Systeme von Differenzialgleichungen	13
2.2	Skalare autonome Differenzialgleichungen	15
2.2.1	Stabilität - Einführendes Beispiel	15
2.2.2	Zusammenfassung	18
2.3	Stabilität dynamischer Systeme - Einführung	20
2.3.1	Der Einmassenschwinger - lineares System	20
2.3.2	Ein nichtlineares System - Das Räuber-Beute-Modell	25
2.4	Trajektorien und Phasenportraits	30
2.4.1	Phasenportraits ebener, linearer Systeme	31
2.4.2	Phasenportraits nichtlinearer Systeme	40
2.5	Stabilität von Gleichgewichtszuständen	42
2.5.1	Stabilität linearer Systeme mit konstanten Koeffizienten	44
2.5.2	Einführung in die Stabilitätstheorie nichtlinearer Systeme	47
2.6	Übungen	57
2.7	Verständnisfragen	60
3	Rand- und Eigenwertprobleme	63
3.1	Einführung	64
3.2	Das allgemeine lineare Randwertproblem	66
3.3	Einführung in Eigenwertprobleme	73
3.4	Ausblick	79
3.4.1	Sturm-Liouville'sche Randwertprobleme	79
3.4.2	Sturm-Liouvillesches Eigenwertproblem	81
3.4.3	Nichtlineare Randwertprobleme	82
3.5	Übungen	82
3.6	Verständnisfragen	84

4	Integraltransformationen	85
4.1	Fourierreihe	86
4.1.1	Periodische Funktionen	89
4.1.2	Approximation durch trigonometrische Polynome	91
4.1.3	Fourierkoeffizienten quadratisch integrierbarer Funktionen	94
4.1.4	Rechenregeln für Fourierreihen	100
4.1.5	Konvergenz von Fourierreihen	101
4.1.6	Das Gibb'sche Phänomen	109
4.1.7	Gleichmäßige Konvergenz	111
4.1.8	Konvergenzrate für $\mathcal{C}^m$ -Funktionen	113
4.1.9	Periodische Fortsetzung von Funktionen	116
4.2	Lapacetransformation	118
4.2.1	Definition und Eigenschaften	120
4.2.2	Anwendung auf lineare Differenzialgleichung	124
4.3	Fouriertransformation	127
4.3.1	Definition der Fouriertransformation	129
4.3.2	Eigenschaften der Fouriertransformation	130
4.3.3	Fouriertransformation und Faltung	134
4.3.4	Invertierung der Fouriertransformation	136
4.3.5	Anwendung auf partielle Differenzialgleichungen	139
4.3.6	Heisenbergsche Unschärferelation	140
4.3.7	Abtast-Theorem von Shannon	141
4.4	Übungen	143
4.5	Verständnisfragen	146
5	Partielle Differenzialgleichungen	151
5.1	Definition und Typeneinteilung	153
5.1.1	Klassischer Lösungsbegriff	156
5.1.2	Linearität einer PDGL, Typeinteilung	159
5.1.3	Nichtlineare PDGLs	166
5.1.4	Einfache Lösungsmethoden	168
5.1.5	Der Laplace-Operator	169
5.1.6	Liste bekannter PDGLs	172
5.2	Lineare PDGL erster Ordnung	175
5.2.1	Modellierung der 1D Transportgleichungen	175
5.2.2	Anfangsbedingungen - 1D	178
5.2.3	Randbedingungen - 1D	179
5.2.4	Charakteristikenverfahren	180
5.2.5	Die lineare mehrdimensionale Transportgleichung	184
5.2.6	Die Burgers Gleichung	185
5.3	Lineare PDGL 2. Ordnung - Klassifikation	188
5.4	Wellengleichung - Einführung	191
5.4.1	Eindimensionale Modellierung	191
5.4.2	Das Anfangswertproblem der Wellengleichung	193
5.4.3	Das Anfangsrandwertproblem der Wellengleichung	196
5.4.4	Wohlgestellttheit mit Dirichlet- Randbedingungen	205
5.5	Ergänzungen zur Wellengleichung	210

5.5.1	Berechnung der Lösung des AWP mit Hilfe der Fouriertransformation	210
5.5.2	Inhomogene Anfangsrandwertprobleme	210
5.5.3	Unstetige Anfangsdaten	211
5.5.4	Mehrdimensionale Wellengleichung	211
5.6	Wärmeleitungsgleichung - Einführung	215
5.6.1	Eindimensionale Modellierung	215
5.6.2	Das Anfangswertproblem der Wärmeleitungsgleichung	218
5.6.3	Das Anfangsrandwertproblem der Wärmeleitungsgleichung	221
5.6.4	Wohlgestelltheit des ARWP der Wärmeleitungsgleichung mit homogenen Dirichlet-Randbedingungen	225
5.7	Ergänzungen zur Wärmeleitungsgleichung	227
5.7.1	Inhomogene Anfangsrandwertprobleme	227
5.7.2	Berechnung der Lösung des AWP mit Hilfe der Fouriertransformation	227
5.7.3	Parabolisches Maximumsprinzip	228
5.7.4	Energieargumente, Eindeutigkeitsaussagen	229
5.7.5	Globale Beschränktheit der Lösung	231
5.7.6	Unstetige Anfangs- und Randdaten	231
5.7.7	Mehrdimensionale Wärmeleitungsgleichung	232
5.8	Laplace-Gleichung	234
5.8.1	Modellierung	234
5.8.2	Definition und Fundamentallösung	235
5.8.3	Das Anfangswertproblem der Laplace-Gleichung	238
5.8.4	Laplace-Gleichung auf dem Einheits-Quadrat	239
5.8.5	Das Dirichlet-Problem auf der Kreisscheibe	243
5.8.6	Dirichlet-Problem auf dem Kreissektor	245
5.8.7	Maximumsprinzip für harmonische Funktionen	246
5.8.8	Mittelwerteigenschaft für harmonische Funktionen	247

6 Grundlagen der Stochastik 251

6.1	Definition der Wahrscheinlichkeitsraums	252
6.2	Zufallsvariablen	261
6.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit	264
6.4	Verteilungsfunktionen	273
6.5	Erwartungswert und Varianz	291
6.6	Mehrdimensionale Verteilungen	297
6.7	Summen von Zufallsvariablen	307
6.8	Quantilfunktion	312
6.9	Transformationen	314
6.10	Grenzwertsätze	321
6.11	Der stochastische Prozess	328
6.12	Tabelle häufig benutzter Verteilungen	341

7 Probeklausuren	343
Probeklausur 1	343
Probeklausur 2	345
Probeklausur 3	347
Mathematische Symbole	351
Liste der Abkürzungen	353