

Inhaltsverzeichnis

Teil I Ebene Geometrie durch die Brille der linearen Algebra

1	Kongruenz, Spiegelung und SSS	5
1.1	Abstände und Winkel im euklidischen Raum $\mathbb{R}^2$	8
1.2	Kongruenz und euklidische Isometrien	13
1.3	Euklidische Geradenspiegelungen	16
1.4	Mittelsenkrechten	24
1.5	Beweise zum Kongruenzsatz SSS	28
2	Klassifikation der euklidischen Isometrien des $\mathbb{R}^2$	35
2.1	Geometrische und algebraische Grundlagen zur Klassifikation euklidischer Isometrien	36
2.2	Klassifikation der linearen euklidischen Isometrien	43
2.3	Klassifikation allgemeiner euklidischer Isometrien	51
2.4	Zusammenfassung: Invarianzeigenschaften euklidischer Isometrien	78
3	Kongruenz	81
3.1	Definition und elementare Kongruenzklassen	82
3.2	Kongruenzsätze für Dreiecke	89

Teil II Axiomatische ebene Geometrie

4	Geometrische Grundbegriffe in metrischen Räumen	101
4.1	Kreise	102
4.2	Geraden	105
4.3	Isometrien	117
5	Ebene neutrale Geometrie in metrischen Räumen	121
5.1	Definition und zentrale Begriffe	123
5.2	Modelle neutraler Ebenen	128
5.3	Orthogonalität und Eigenschaften der Spiegelung	132
5.4	Punktspiegelung und Mittelsenkrechte	143
5.5	Dreiecke und Kongruenz	156
5.6	Winkel	159
5.7	Translationen	167
6	Vertiefungen zu neutralen Ebenen	173
6.1	Schnittverhalten geometrischer Objekte	174
6.2	Winkelmessen in der neutralen Ebene	189
6.3	Winkel in Dreiecken und Vierecken	209
6.4	Rotationen	217
6.5	Weitere Isometrien der neutralen Ebene	225

7	Symmetrie	227
7.1	Symmetrie und Symmetriegruppen	228
7.2	Dreh- und spiegelsymmetrische Figuren.....	232
7.3	Weiterführende Konzepte zum Symmetriebegriff	236

Teil III Das Parallelenaxiom: Geometrie in der euklidischen Ebene

8	Parallelität in der neutralen Ebene	247
8.1	Parallelität in neutralen Ebenen	248
8.2	Das Parallelenaxiom	250
8.3	Die Poincaré-Halbebene als hyperbolische Ebene	251
9	Euklidische Ebenen	253
9.1	Parallelogramme und Rechtecke in euklidischen Ebenen	255
9.2	Parallelverschiebungen.....	259
9.3	Entwicklung einer elementargeometrisch fundierten Vektorraumstruktur	268
9.4	Klassifikation euklidischer Ebenen.....	280
10	Vertiefungen zu euklidischen Ebenen	287
10.1	Ausgewählte Sätze der ebenen euklidischen Geometrie.....	288
10.2	Äquivalenzen zum Parallelenaxiom.....	291
	Serviceteil	
	Anhang A: Hintergründe zu metrischen Räumen	298
	Anhang B: Der euklidische Raum $\mathbb{R}^2$ als euklidische Ebene	319
	Literatur.....	327
	Stichwortverzeichnis.....	329