


Hans Kerner · Wolf von Wahl

Mathematik für Physiker

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Folgen und Reihen | 1 |
| 1.1 | Grundlegende Begriffe und Bezeichnungen | 1 |
| 1.2 | Die reellen Zahlen | 3 |
| 1.3 | Die komplexen Zahlen | 7 |
| 1.4 | Folgen | 10 |
| 1.5 | Reihen | 17 |
| 1.6 | Vollständige Induktion | 25 |
| 2 | Stetige Funktionen | 35 |
| 2.1 | Stetigkeit | 35 |
| 2.2 | Stetige Funktionen auf abgeschlossenen Intervallen | 38 |
| 3 | Differenzierbare Funktionen | 43 |
| 3.1 | Differenzierbarkeit | 43 |
| 3.2 | Die Mittelwertsätze der Differentialrechnung | 48 |
| 3.3 | Die Umkehrfunktion | 54 |
| 3.4 | Uneigentliche Grenzwerte | 58 |
| 4 | Potenzreihen und elementare Funktionen | 61 |
| 4.1 | Potenzreihen | 61 |
| 4.2 | Exponentialfunktion und Logarithmus | 64 |
| 4.3 | Die trigonometrischen Funktionen | 70 |
| 5 | Integration | 81 |
| 5.1 | Riemannsches Integral | 81 |
| 5.2 | Die Mittelwertsätze der Integralrechnung | 86 |
| 5.3 | Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung | 87 |
| 5.4 | Partielle Integration und Substitutionsregel | 90 |
| 5.5 | Uneigentliche Integrale | 93 |

| | | |
|-----------|--|-----|
| 6 | Analytische Funktionen | 97 |
| 6.1 | Gleichmäßige Konvergenz | 97 |
| 6.2 | Die Taylorreihe | 102 |
| 7 | Lineare Algebra  | 113 |
| 7.1 | Gruppen, Ringe, Körper | 113 |
| 7.2 | Vektorräume | 118 |
| 7.3 | Basis | 120 |
| 7.4 | Dimension | 126 |
| 7.5 | Matrizen | 129 |
| 7.6 | Lineare Gleichungssysteme | 142 |
| 7.7 | Determinanten | 146 |
| 7.8 | Eigenwerte | 152 |
| 7.9 | Euklidische Vektorräume | 159 |
| 7.10 | Eigenwerte selbstadjungierter Abbildungen | 174 |
| 7.11 | Unitäre Vektorräume | 179 |
| 7.12 | Dualität | 183 |
| 7.13 | Alternierende Multilinearformen | 187 |
| 7.14 | Tensoren | 189 |
| 8 | Differentialgleichungen | 199 |
| 8.1 | Der Existenz- und Eindeigkeitssatz | 199 |
| 8.2 | Einige Lösungsmethoden | 204 |
| 8.3 | Systeme von Differentialgleichungen | 210 |
| 8.4 | Differentialgleichungen höherer Ordnung | 218 |
| 9 | Differentialrechnung im \mathbb{R}^n | 227 |
| 9.1 | Metrische Räume | 227 |
| 9.2 | Differenzierbare Funktionen | 233 |
| 9.3 | Implizite Funktionen | 247 |
| 9.4 | Lokale Extrema | 253 |
| 9.5 | Kurven | 258 |
| 9.6 | Vektorfelder, Divergenz und Rotation | 263 |
| 10 | Das Lebesgue-Integral | 273 |
| 10.1 | Definition des Lebesgue-Integrals in \mathbb{R}^n | 273 |
| 10.2 | Die Sätze von Levi und Lebesgue, der Satz von Fubini | 281 |
| 10.3 | Die Banachräume $L_p(I)$ | 288 |
| 10.4 | Hilberträume, Fourierreihen | 290 |
| 10.5 | Fourier-Transformation und Faltung | 302 |

| | |
|---|------------|
| 11 Untermannigfaltigkeiten und Differentialformen | 311 |
| 11.1 Untermannigfaltigkeiten | 311 |
| 11.2 Das Differential | 319 |
| 11.3 Differentialformen | 322 |
| 11.4 Differentialformen und Vektorfelder im \mathbb{R}^3 | 328 |
| 11.5 Differentialformen und Differentialgleichungen | 333 |
| 12 Distributionen und Greensche Funktion | 339 |
| 12.1 Distributionen | 339 |
| 12.2 Distributionen und Differentialgleichungen | 348 |
| 12.3 Differentialgleichungen auf abgeschlossenen Intervallen | 351 |
| 12.4 Greensche Funktion | 353 |
| 12.5 Randwertprobleme | 357 |
| 12.6 Differentialoperatoren vom Sturm-Liouville-Typ | 360 |
| 12.7 Die Legendresche Differentialgleichung | 368 |
| 13 Integralsätze | 375 |
| 13.1 Stokescher und Gaußscher Integralsatz im \mathbb{R}^2 | 375 |
| 13.2 Integration auf Untermannigfaltigkeiten | 379 |
| 13.3 Der Gaußsche Integralsatz im \mathbb{R}^n | 383 |
| 13.4 Die Greensche Formel | 387 |
| 13.5 Der Satz von Stokes | 390 |
| 14 Funktionentheorie | 399 |
| 14.1 Holomorphe Funktionen | 399 |
| 14.2 Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen | 403 |
| 14.3 Kurvenintegrale | 405 |
| 14.4 Stammfunktionen | 408 |
| 14.5 Der Cauchysche Integralsatz | 412 |
| 14.6 Die Cauchysche Integralformel | 417 |
| 14.7 Fundamentalsätze der Funktionentheorie | 421 |
| 14.8 Der Satz von der offenen Abbildung und das Maximumprinzip | 424 |
| 14.9 Laurentreihen | 427 |
| 14.10 Logarithmus und Umlaufzahl | 432 |
| 14.11 Der Residuensatz | 436 |
| 14.12 Folgerungen aus dem Residuensatz | 442 |
| 14.13 Konforme Abbildungen, Strömungen | 448 |
| 14.14 Harmonische Funktionen | 455 |
| 14.15 Die Poissonsche Integralformel | 459 |
| 15 Einführung in die Funktionalanalysis | 467 |
| 15.1 Zielsetzungen. Einführende Bemerkungen | 467 |
| 15.2 Beschränkte lineare Funktionale | 468 |
| 15.3 Lineare Operatoren in \mathcal{H} , die Fourier-Transformation | 472 |
| 15.4 Die Inverse eines linearen Operators | 479 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 15.5 | Unitäre Operatoren | 480 |
| 15.6 | Schwache Konvergenz | 482 |
| 15.7 | Das Spektrum eines Operators in einem Banachraum..... | 483 |
| 15.8 | Kompakte Operatoren | 488 |
| 15.9 | Operatoren | 491 |
| 15.10 | Integralgleichungen..... | 496 |
| 15.11 | Die allgemeine Fredholmsche Alternative im Hilbertraum | 501 |
| 16 | Lösungen | 507 |
| | Literaturverzeichnis | 539 |
| | Sachverzeichnis | 541 |
| | Symbole | 547 |