

Rainer J. Jelitto

# **Elektrodynamik**

## **Theoretische Physik 3**

Eine Einführung in die  
mathematische Naturbeschreibung

Mit 106 Abbildungen, Aufgaben und Lösungen

3., vollständig neu bearbeitete Auflage



AULA-Verlag Wiesbaden

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Einleitung und Vorbemerkungen</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 Kritischer Rückblick auf die Mechanik . . . . .                                      | 1         |
| 1.2 Das Wesen der Elektrodynamik . . . . .   | 4         |
| <b>2 Der Apparat der Maxwellschen Gleichungen</b>  | <b>7</b>  |
| 2.1 Elektrische Ladungen und Ströme . . . . .  | 7         |
| 2.2 Die Maxwellschen Gleichungen und<br>das Lorentzsche Kraftgesetz . . . . .            | 18        |
| 2.3 Die Maxwellschen Gleichungen und<br>das Superpositionsprinzip . . . . .              | 21        |
| 2.4 Vektoranalysis II . . . . .  | 23        |
| 2.4.1 Die Vektordifferentiationsprozesse erster Ordnung . . . . .                        | 23        |
| 2.4.2 Differentiationsprozesse zweiter Ordnung . . . . .                                 | 28        |
| 2.4.3 Der Vektorgradient . . . . .   | 32        |
| 2.4.4 Vorläufiges zur Umkehraufgabe der Vektoranalysis . . . . .                         | 34        |
| 2.4.5 Die Integralsätze der Vektoranalysis . . . . .                                     | 36        |
| 2.4.5.1 Der Satz von Gauß . . . . .  | 37        |
| 2.4.5.2 Der Satz von Stokes . . . . .  | 38        |
| 2.4.5.3 Verallgemeinerte Integralsätze . . . . .   | 40        |
| 2.4.5.4 Die Sätze von Green . . . . .  | 43        |
| 2.4.6 Feldlinien . . . . .   | 44        |
| 2.5 Die Maxwellschen Gleichungen in Integralform . . . . .                               | 46        |
| 2.6 Die Maxwellschen Gleichungen und die Ladungserhaltung . . . . .                      | 48        |
| <b>3 Elektrostatik</b>   | <b>49</b> |
| 3.1 Zerfällung der Maxwellschen Gleichungen im<br>statischen Fall . . . . .              | 49        |
| 3.2 Punktladungen im Vakuum . . . . .  | 50        |
| 3.2.1 Das <b>D</b> -Feld einer Punktladung . . . . .                                     | 50        |
| 3.2.2 Die Kraftwirkung zwischen zwei Punktladungen;<br>Dimensionsbetrachtungen . . . . . | 52        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 3.3      | Das freie Feld beliebiger Ladungsverteilungen . . . . .                                 | 57         |
| 3.3.1    | Das elektrostatische Potential, die Poissonsche und die Laplacesche Gleichung . . . . . | 57         |
| 3.3.2    | Die freie Greensche Funktion und das Poissonsche Integral . . . . .                     | 58         |
| 3.4      | Energiebetrachtungen; die elektrische Feldenergie . . . . .                             | 60         |
| 3.5      | Die Multipolentwicklung . . . . .   | 64         |
| 3.5.1    | Formale Entwicklung . . . . .   | 65         |
| 3.5.2    | Die Richtungsabhängigkeit der Multipolfelder; Kugelfunktionen . . . . .                 | 68         |
| 3.5.3    | Der Punktdipol . . . . .  | 70         |
| 3.5.4    | Der Punktquadrupol . . . . .  | 73         |
| 3.6      | Flächenladungen und Dipolschichten . . . . .  | 75         |
| 3.6.1    | Flächenladungen . . . . .   | 75         |
| 3.6.1.1  | Allgemeine Aussagen . . . . .   | 75         |
| 3.6.1.2  | Anwendungen: Der Plattenkondensator . . . . .   | 77         |
| 3.6.2    | Die Dipolschicht . . . . .  | 79         |
| 3.7      | Das Randwertproblem der Elektrostatik . . . . .   | 81         |
| 3.7.1    | Physikalische Realisationen von Randbedingungen . . . . .                               | 81         |
| 3.7.2    | Scheinbare Ladungsverteilungen, Spiegel- und Influenzladungen . . . . .                 | 84         |
| 3.7.3    | Der Eindeutigkeitssatz und die Greensche Funktion des Randwertproblems . . . . .        | 89         |
| <b>4</b> | <b>Magnetostatik im Vakuum</b>  | <b>95</b>  |
| 4.1      | Dimensionsbetrachtungen . . . . .   | 95         |
| 4.2      | Integration der magnetostatischen Gleichungen . . . . .                                 | 97         |
| 4.3      | Die magnetische Multipolentwicklung . . . . .   | 101        |
| 4.4      | Stromfäden . . . . .  | 104        |
| 4.5      | Kräfte im magnetischen Feld . . . . .   | 109        |
| 4.5.1    | Kräfte auf Stromschleifen . . . . .   | 109        |
| 4.5.2    | Kraftwirkungen auf magnetische Dipole . . . . .   | 112        |
| <b>5</b> | <b>Integrationstheorie der Maxwellschen Gleichungen im Vakuum</b>                       | <b>115</b> |
| 5.1      | Elektrodynamische Potentiale und Eichungen . . . . .                                    | 115        |
| 5.2      | Die Wellengleichung . . . . .   | 119        |
| 5.2.1    | Die eindimensionale Wellengleichung . . . . .   | 121        |
| 5.2.2    | Der mehrdimensionale Fall . . . . .   | 125        |
| 5.2.2.1  | Ebene Wellen . . . . .  | 125        |
| 5.2.2.2  | Kugelwellen . . . . .   | 126        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 5.2.3    | Vektorwellen   | 128        |
| 5.3      | Freie elektromagnetische Wellen  | 130        |
| 5.4      | Die allgemeine Lösung der homogenen Wellengleichung                          | 134        |
| 5.4.1    | Die Fouriersche Integraltransformation                                       | 135        |
| 5.4.2    | Wellengleichung und Fouriertransformation                                    | 146        |
| <b>6</b> | <b>Die inhomogenen Wellengleichungen: Wellenerzeugung</b>                    | <b>150</b> |
| 6.1      | Die Greensche Funktion der Wellengleichung:<br>Retardierte Potentiale        | 150        |
| 6.2      | Bewegte Punktladungen: Die Liénard-Wiechertschen<br>Potentiale               | 155        |
| 6.3      | Der Hertzsche Dipol  | 157        |
| 6.4      | Die Berechnung der Greenschen Funktion                                       | 164        |
| 6.4.1    | Wellengleichung und Fouriertransformation                                    | 165        |
| 6.5      | Funktionentheoretische Hilfsmittel   | 171        |
| 6.5.1    | Abriß der Funktionentheorie  | 171        |
| 6.5.1.1  | Komplexe Funktionen  | 172        |
| 6.5.1.2  | Integration im Komplexen   | 175        |
| 6.5.2    | Berechnung des Integrals $I(t)$  | 178        |
| 6.5.3    | Vertieftes Verständnis der Wegintegration                                    | 182        |
| 6.5.4    | Anwendung auf die Fouriertransformation speziell<br>von Zeitfunktionen       | 185        |
| 6.6      | Zur Erfüllung der Lorentzbedingung   | 187        |
| <b>7</b> | <b>Energiedichte und Energiefluß im elektro-<br/>magnetischen Feld</b>       | <b>189</b> |
| 7.1      | Der Poyntingsche Satz  | 189        |
| 7.2      | Spezielle Anwendungen  | 194        |
| 7.2.1    | Energiedichte und Energietransport einer ebenen<br>elektromagnetischen Welle | 194        |
| 7.2.2    | Die Energieabstrahlung des Hertzschen Dipols                                 | 197        |
| <b>8</b> | <b>Spezielle Relativitätstheorie</b>   | <b>201</b> |
| 8.1      | Die Elektrodynamik in vierdimensionaler Schreibweise                         | 204        |
| 8.2      | Die Lorentztransformation  | 209        |
| 8.2.1    | Ableitung der Lorentztransformation  | 209        |
| 8.3      | Vektoren, Tensoren und orthogonale Transformationen                          | 215        |
| 8.3.1    | Untersuchungen im dreidimensionalen<br>euklidischen Raum                     | 216        |
| 8.3.1.1  | Die Definition von Tensoren  | 216        |
| 8.3.1.2  | Rechenregeln für Tensoren  | 218        |
| 8.3.1.3  | Invariante Tensoren  | 223        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 8.3.2    | Der pseudo-euklidische Raum . . . . .                                      | 224        |
| 8.3.3    | Die Lorentztransformation im pseudo-euklidischen Raum . . . . .            | 226        |
| 8.3.4    | Die Gruppeneigenschaft der Lorentztransformation . . . . .                 | 229        |
| 8.4      | Die Lorentzkovarianz der Elektrodynamik . . . . .                          | 231        |
| 8.4.1    | Der formale Beweis . . . . .   | 231        |
| 8.4.2    | Das Transformationsverhalten elektrodynamischer Größen . . . . .           | 234        |
| 8.5      | Zum Raum-Zeit-Begriff der speziellen Relativitätstheorie . . . . .         | 237        |
| 8.5.1    | Die Addition der Geschwindigkeiten . . . . .                               | 238        |
| 8.5.2    | Längenkontraktion und Zeitdilatation . . . . .                             | 240        |
| 8.5.2.1  | Die Längenkontraktion . . . . .  | 241        |
| 8.5.2.2  | Die Zeitdilatation . . . . .   | 241        |
| 8.6      | Der Übergang zur lorentzkovarianten Dynamik . . . . .                      | 242        |
| 8.6.1    | Relativistische Kinematik . . . . .  | 243        |
| 8.6.2    | Dynamik: Die Minkowskikraft . . . . .                                      | 245        |
| <b>9</b> | <b>Elektrodynamik in makroskopischen Medien</b>                            | <b>252</b> |
| 9.1      | Zur Begründung der makroskopischen Theorie . . . . .                       | 254        |
| 9.1.1    | Verbogene Quellen . . . . .  | 254        |
| 9.1.2    | Makroskopische Körper und Mittelungen . . . . .                            | 257        |
| 9.1.3    | Der Übergang von der mikro- zur makroskopischen Elektrodynamik . . . . .   | 259        |
| 9.1.4    | Modelluntersuchungen . . . . .   | 264        |
| 9.2      | Die Materialgleichungen . . . . .  | 270        |
| 9.3      | Konsequenzen der makroskopischen Elektrodynamik . . . . .                  | 276        |
| 9.3.1    | Statische bzw. niederfrequente Phänomene in normalen Medien . . . . .      | 277        |
| 9.3.1.1  | Die Randbedingungen für Felder an Oberflächen . . . . .                    | 278        |
| 9.3.1.2  | Einfache statische Beispiele . . . . .                                     | 279        |
| 9.3.2    | Anomale Medien: Ferromagnete und Ferroelektrika . . . . .                  | 286        |
| 9.3.2.1  | Das Feld von Permanent-, insbesondere Stabmagneten . . . . .               | 287        |
| 9.3.2.2  | Der Ferroelektret . . . . .  | 289        |
| 9.3.3    | Über Konsequenzen der Frequenzabhängigkeit der Suszeptibilitäten . . . . . | 290        |
| 9.4      | Schlußbemerkungen und Ausblick . . . . .                                   | 292        |

|   |  |     |
|---|--|-----|
| <b>Anhang</b>                             | <b>295</b>   |     |
| A   | Die Diracsche Delta-Funktion . . . . .                   | 295 |
| A.1                                       | Die wichtigsten Formeln für die Delta-Funktion . . . . . | 295 |
| A.2                                       | Grundlagenwissen . . . . .                               | 298 |
| A.3                                       | Darstellungen der Delta-Funktion . . . . .               | 298 |
| B   | Krummlinige Koordinaten . . . . .                        | 300 |
| B.1                                       | Grundsätzliches . . . . .                                | 300 |
| B.2                                       | Zylinderkoordinaten . . . . .                            | 301 |
| B.2                                       | Kugelkoordinaten . . . . .                               | 303 |
| <b>Kommentiertes Literaturverzeichnis</b> | <b>305</b>   |     |
| <b>Übungsaufgaben mit Lösungen</b>        | <b>313</b>   |     |
| zu Kapitel 2 . . . . .                    | 313  |     |
| zu Kapitel 3 . . . . .                    | 320  |     |
| zu Kapitel 4 . . . . .                    | 331  |     |
| zu Kapitel 5 . . . . .                    | 335  |     |
| zu Kapitel 6 . . . . .                    | 337  |     |
| zu Kapitel 7 . . . . .                    | 345  |     |
| zu Kapitel 8 . . . . .                    | 346  |     |
| zu Kapitel 9 . . . . .                    | 349  |     |
| <b>Register</b>                           | <b>355</b>   |     |