

Inhalt

1 Komplexe Zahlen	1
1.1 Der Körper der komplexen Zahlen	1
1.2 Einbettung von \mathbb{R} in \mathbb{C}	5
1.3 \mathbb{C} als 2-dimensionaler Vektorraum	8
1.4 Konjugiert komplexe Zahlen, Beträge	9
1.5 Polarkoordinatendarstellung von komplexen Zahlen	11
1.6 Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	15
1.7 \mathbb{C} als metrischer Raum	19
1.8 Zahlenfolgen in \mathbb{C}	20
1.9 Die RIEMANNSCHE Zahlenkugel, der Raum $\tilde{\mathbb{C}}$	21
1.10 $\tilde{\mathbb{C}}$ als topologischer Raum	24
1.11 Kurven und Gebiete in \mathbb{C}	33
1.12 Funktionen einer komplexen Variablen	38
1.13 Unendliche Reihen komplexer Zahlen	42
1.14 Die Funktionen e^z , $\cos z$, $\sin z$	47
2 Lineare Abbildungen	53
2.1 Definition der linearen Abbildungen	53
2.2 Schiebungen, Drehstreckungen, Stürzungen	56
2.3 Die komplexe Darstellung von Geraden und Kreisen	58
2.4 Die Kreisverwandtschaft	60
2.5 Die Invarianz des Doppelverhältnisses	63
2.6 Die Gruppeneigenschaft der linearen Abbildungen	67
2.7 Fixpunkte linearer Abbildungen	70
2.8 Die Normaldarstellung linearer Abbildungen	73
2.9 Spiegelpunkte	75
2.10 Abbildungen von Halbebenen und Kreisen	82

3 Differenzierbarkeit im Komplexen	88
3.1 Definition der Ableitung, Regularität	88
3.2 Ableitungsregeln	92
3.3 Die CAUCHY-RIEMANNSchen Differentialgleichungen	93
3.4 Der Zusammenhang mit der reellen Differenzierbarkeit	95
3.5 Regularität und CAUCHY-RIEMANNSche Differentialgleichungen	98
3.6 Winkeltreue, Streckentreue, lokale Konformität	99
3.7 Lokale Eineindeutigkeit	104
3.8 Konforme Abbildungen	105
3.9 "Mehrdeutige Funktionen"; RIEMANNSCHE Flächen	106
 4 Integration im Komplexen	117
4.1 Stetigkeitsmodul, Funktionen von beschränkter Schwankung	117
4.2 Die Definition des RS-Integrals	119
4.3 Die Existenz des RS-Integrals	121
4.4 Eigenschaften des RS-Integrals	123
4.5 Berechnung von RS-Integralen	126
4.6 Komplexe Kurvenintegrale	129
4.7 Der CAUCHYSche Integralsatz	137
4.8 Der CAUCHYSche Satz in allgemeineren Gebieten	148
4.9 Die CAUCHYSche Integralformel	153
4.10 CAUCHYSche Integrale; Existenz höherer Ableitungen	156
4.11 Stammfunktionen	165
4.12 Der Satz von LIOUVILLE, der Fundamentalsatz der Algebra	168
4.13 Das Maximumsprinzip	172
 5 Potenzreihen, TAYLOR-Reihen, Identitätssatz	177
5.1 Funktionenfolgen	177
5.2 Funktionenreihen	182
5.3 Potenzreihen	185
5.4 TAYLOR-Entwicklung einer regulären Funktion	191
5.5 Analytische Fortsetzung, Identitätssatz	193
5.6 Der Satz von CASORATI-WEIERSTRASS	199
5.7 Der ABELSche Grenzwertsatz	201

6 LAURENT-Reihen, isolierte Singularitäten	210
6.1 LAURENT-Reihen	210
6.2 LAURENT-Entwicklung einer regulären Funktion	214
6.3 Isolierte Singularitäten	218
6.4 Hebbare Singularitäten	221
6.5 Pole	222
6.6 Wesentliche Singularitäten	224
7 Der Residuensatz mit Anwendungen	229
7.1 Der Residuensatz	229
7.2 Integrale vom Typ $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} P(x) / Q(x) dx$	233
7.3 Integrale vom Typ $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x) \frac{\cos \alpha x}{\sin \alpha x} dx$	237
7.4 Integrale vom Typ $\int\limits_0^{2\pi} R(\cos x, \sin x) dx$	242
7.5 Weitere Beispiele zur Anwendung des Residuenkalküls	244
7.6 Das Prinzip des Argumentes, der Satz von ROUCHÉ	253
8 Existenz- und Eindeutigkeitssätze für Differentialgleichungen	258
8.1 LIPSCHITZ-Bedingungen	258
8.2 Die Differentialgleichung $y' = f(x, y)$	262
8.3 Systeme von Differentialgleichungen 1. Ordnung	272
8.4 Lineare Systeme von Differentialgleichungen 1. Ordnung	280
8.5 Explizite Differentialgleichungen n -ter Ordnung	284
8.6 Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung	287
9 Lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung	291
9.1 Eine Darstellung der WRONSKI-Determinante	292
9.2 Die Lösung der inhomogenen Gleichung	293
9.3 Das d'ALEMBERTSche Reduktionsverfahren	300
9.4 Randwertaufgaben	307
10 Lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	319
10.1 Die homogene Differentialgleichung, komplexwertige Lösungen	319

10.2	Der Lösungsansatz; das charakteristische Polynom	322
10.3	Zwei Hilfssätze	323
10.4	Die komplexe Lösung der homogenen Differentialgleichung	326
10.5	Die reelle Lösung der homogenen Differentialgleichung	328
10.6	Inhomogene Differentialgleichungen von speziellem Typ	332
10.7	Die EULERSche Differentialgleichung	340
11	Potenzenreihenansatz, spezielle Funktionen, Separation der Variablen	344
11.3	Potenzenreihenansatz	344
11.2	Die HERMITESche und die LEGENDRESche Differentialgleichung	350
11.3	Die BESSELSche Differentialgleichung	354
11.4	Separation der Variablen	360
12	Lineare Systeme von Differentialgleichungen erster Ordnung	368
12.1	Lösungsgesamtheiten	370
12.2	Existenz eines Fundamentalsystems des homogenen Systems	377
12.3	Die Lösung des inhomogenen Systems	381
12.4	Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	387
Sachregister	404	