

Inhalt

1	Einleitung	9
1.1	Grundbegriffe und erste Einteilung	9
1.1.1	Differentialgleichungen n -ter Ordnung	9
1.1.2	Differentialgleichungssysteme n -ter Ordnung	13
1.1.3	Lineare Differentialgleichungen und lineare Systeme	20
1.2	Besondere Aufgabenstellungen	24
1.2.1	Anfangswertaufgaben	24
1.2.2	Randwertaufgaben	25
1.2.3	Eigenwertaufgaben	26
1.3	Ziel weiterer Untersuchungen	28
2	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	29
2.1	Lineare homogene Differentialgleichungen	29
2.1.1	Der Exponentialansatz	29
2.1.2	Übergang zur reellen Basis	33
2.1.3	Definition linearer Eigenwertaufgaben	36
2.2	Ansatzmethode zur Herstellung einer partikulären Lösung	40
3	Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten	48
3.1	Lineare homogene Differentialgleichungssysteme	48
3.1.1	Der Exponentialansatz	48
3.1.2	Übergang zur reellen Basis	54
3.2	Ansatzmethode zur Herstellung einer partikulären Lösung	56
3.3	Variation der Konstanten	57
3.3.1	Angabe der Methode	58
3.3.2	Anwendung bei linearen Differentialgleichungen	60
3.3.3	Delta-Distribution	60
4	Eulersche Differentialgleichungen	63
5	Nichtlineare Differentialgleichungen	68
5.1	Geometrische Veranschaulichung	68
5.1.1	Differentialgleichungen erster Ordnung	68
5.1.2	Differentialgleichungssysteme	71

5.2	Existenz und Unität der Lösungen von Anfangswertaufgaben	71
5.2.1	Lösung von Differentialgleichungen erster Ordnung	72
5.2.2	Lösung von Differentialgleichungssystemen	74
5.2.3	Lösung von Differentialgleichungen n -ter Ordnung	74
5.3	Trennung der Veränderlichen	75
5.3.1	Differentialgleichungen mit trennbaren Veränderlichen	75
5.3.2	Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung mit variablen Koeffizienten	79
5.3.3	Ähnlichkeitsdifferentialgleichung	81
5.3.4	Bernoullische Differentialgleichung	83
5.4	Exakte Differentialgleichungen	83
5.4.1	Definition und Lösung	83
5.4.2	Integrierender Faktor	86
5.5	Differentialgleichungen zweiter Ordnung	88
5.5.1	Die Differentialgleichung $y'' = f(x)$	88
5.5.2	Die Differentialgleichung $y'' = f(y)$, Energiemethode	89
5.5.3	Die Differentialgleichung $y'' = f(x, y')$	93
5.5.4	Die Differentialgleichung $y'' = f(y, y')$	94
6	Das Runge-Kutta-Verfahren	95
6.1	Aufgabe für numerische Verfahren	95
6.2	Ausgangsformel für Näherungsverfahren	95
6.3	Herleitung des Runge-Kutta-Verfahrens	96
6.4	Gütediskussion	97
6.5	Rechenschema	99
6.6	Runge-Kutta-Verfahren für Systeme	100
7	Potenzreihenansätze und Verallgemeinerungen	102
7.1	Potenzreihenentwicklung der Lösung	102
7.1.1	Koeffizientenberechnung	102
7.1.2	Existenz- und Unitätssatz im allgemeinen Fall	109
7.1.3	Existenz- und Unitätssatz im linearen Fall	112
7.1.4	Eine Anwendung: Die Legendreschen Funktionen	115
7.2	Verallgemeinerte Potenzreihenansätze	121
7.2.1	Stellen der Bestimmtheit	121
7.2.2	Berechnung eines Basiselementes	124
7.2.3	Berechnung eines zweiten Basiselementes	128

8 Inhalt

8	Rand- und Eigenwertaufgaben	130
8.1	Lineare Randwertaufgaben	130
8.1.1	Zum Lösungsverhalten; der Alternativsatz	130
8.1.2	Halbhomogene Aufgaben und die Greensche Funktion	136
8.1.3	Sturmsche Randwertaufgaben	142
8.1.4	Numerische Verfahren	144
8.2	Lineare Eigenwertaufgaben	147
8.2.1	Aufgabenstellung und wichtige Grundbegriffe	148
8.2.2	Vergleichsfunktionen und Skalarprodukte	151
8.2.3	Hermiteische Differentialoperatoren	153
8.2.4	Sturm-Liouvillesche Eigenwertaufgaben	156
9	Einführendes über dynamische Systeme	165
9.1	Einige Grundbegriffe	165
9.2	Autonome Systeme zweiter Ordnung	168
	Lösungen der Aufgaben	173
	Literatur	182
	Sachregister	185