

Jean-Pierre Demailly

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Theoretische und numerische Aspekte

Aus dem Französischen übersetzt
von Mathias Hecke

Herausgegeben von Klas Diederich



Inhaltsverzeichnis

1	Numerische Näherungsrechnungen	1
1.1	Fehlerfortpflanzung	1
1.2	Auslöschung	7
1.3	Numerische Instabilität	10
1.4	Aufgaben	13
2	Polynomapproximation numerischer Funktionen	16
2.1	Interpolationsverfahren nach Lagrange	16
2.2	Konvergenz von Interpolationspolynomen p_n für n gegen $+\infty$	27
2.3	Beste gleichmäßige Approximation	37
2.4	Numerische Stabilität des Interpolationsverfahrens nach Lagrange	44
2.5	Orthogonale Polynome	49
2.6	Aufgaben	55
3	Numerische Integration	58
3.1	Einfache und zusammengesetzte Quadraturverfahren	58
3.2	Restgliedentwicklung	64
3.3	Gauß-Verfahren	73
3.4	Euler-Maclaurinsche Formel und asymptotische Entwicklung	77
3.5	Romberg-Integration	85
3.6	Aufgaben	89
4	Iterative Verfahren zur Gleichungslösung	96
4.1	Prinzip iterativer Verfahren	96
4.2	Funktionen einer Variablen	97
4.3	\mathbb{R}^m -Funktion im \mathbb{R}^m	106
4.4	Aufgaben	114
5	Differentialgleichungen. Grundlegende Ergebnisse	119
5.1	Definitionen. Maximal fortgesetzte und globale Lösungen	119
5.2	Existenzsatz für Lösungen	126
5.3	Existenz- und Eindeigkeitssatz von Cauchy-Lipschitz	134
5.4	Differentialgleichungen höherer Ordnung	140
5.5	Aufgaben	142
6	Explizite Lösungsverfahren für Differentialgleichungen	151
6.1	Differentialgleichungen erster Ordnung	151
6.2	Implizite Differentialgleichungen erster Ordnung	167
6.3	Geometrische Problemstellung	174

6.4	Differentialgleichungen zweiter Ordnung	179
6.5	Aufgaben	186
7	Lineare Differentialgleichungssysteme	190
7.1	Allgemeines	190
7.2	Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten . . .	191
7.3	Lineare Differentialgleichungen p -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	199
7.4	Lineare Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten	204
7.5	Aufgaben	210
8	Numerische Einschrittverfahren	214
8.1	Einige Beispiele	214
8.2	Allgemeine Untersuchung von Einschrittverfahren	221
8.3	Runge-Kutta-Verfahren	233
8.4	Schrittweitensteuerung	241
8.5	Aufgaben	245
9	Mehrschrittverfahren	249
9.1	Verfahren mit konstanter Schrittweite	249
9.2	Adams-Bashforth-Verfahren	259
9.3	Adams-Moulton-Verfahren	264
9.4	Prädiktor-Korrektor-Verfahren	269
9.5	Aufgaben	274
10	Stabilität von Lösungen und singuläre Punkte eines Vektorfeldes	281
10.1	Stabilität von Lösungen	281
10.2	Singuläre Punkte eines Vektorfeldes	287
10.3	Aufgaben	297
11	Parameterabhängige Differentialgleichungen	299
11.1	Parameterabhängigkeit der Lösung	299
11.2	Störungsrechnung	306
11.3	Aufgaben	312
	Sachwortverzeichnis	315