

Jean-Pierre Demailly

# **Gewöhnliche Differentialgleichungen**

**Theoretische und numerische Aspekte**

Aus dem Französischen übersetzt  
von Mathias Heckele

Herausgegeben von Klas Diederich



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Numerische Näherungsrechnungen</b>	<b>1</b>
1.1	Fehlerfortpflanzung . . . . .	1
1.2	Auslöschung . . . . .	7
1.3	Numerische Instabilität . . . . .	10
1.4	Aufgaben . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Polynomapproximation numerischer Funktionen</b>	<b>16</b>
2.1	Interpolationsverfahren nach Lagrange . . . . .	16
2.2	Konvergenz von Interpolationspolynomen $p_n$ für $n$ gegen $+\infty$ . . . . .	27
2.3	Beste gleichmäßige Approximation . . . . .	37
2.4	Numerische Stabilität des Interpolationsverfahrens nach Lagrange . . . . .	44
2.5	Orthogonale Polynome . . . . .	49
2.6	Aufgaben . . . . .	55
<b>3</b>	<b>Numerische Integration</b>	<b>58</b>
3.1	Einfache und zusammengesetzte Quadraturverfahren . . . . .	58
3.2	Restgliedentwicklung . . . . .	64
3.3	Gauß-Verfahren . . . . .	73
3.4	Euler-Maclaurinsche Formel und asymptotische Entwicklung . . . . .	77
3.5	Romberg-Integration . . . . .	85
3.6	Aufgaben . . . . .	89
<b>4</b>	<b>Iterative Verfahren zur Gleichungslösung</b>	<b>96</b>
4.1	Prinzip iterativer Verfahren . . . . .	96
4.2	Funktionen einer Variablen . . . . .	97
4.3	$\mathbf{R}^m$ -Funktion im $\mathbf{R}^m$ . . . . .	106
4.4	Aufgaben . . . . .	114
<b>5</b>	<b>Differentialgleichungen. Grundlegende Ergebnisse</b>	<b>119</b>
5.1	Definitionen. Maximal fortgesetzte und globale Lösungen . . . . .	119
5.2	Existenzsatz für Lösungen . . . . .	126
5.3	Existenz- und Eindeutigkeitssatz von Cauchy-Lipschitz . . . . .	134
5.4	Differentialgleichungen höherer Ordnung . . . . .	140
5.5	Aufgaben . . . . .	142
<b>6</b>	<b>Explizite Lösungsverfahren für Differentialgleichungen</b>	<b>151</b>
6.1	Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	151
6.2	Implizite Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	167
6.3	Geometrische Problemstellung . . . . .	174

---

6.4	Differentialgleichungen zweiter Ordnung	179
6.5	Aufgaben	186
<b>7</b>	<b>Lineare Differentialgleichungssysteme</b>	<b>190</b>
7.1	Allgemeines	190
7.2	Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten	191
7.3	Lineare Differentialgleichungen $p$ -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	199
7.4	Lineare Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten	204
7.5	Aufgaben	210
<b>8</b>	<b>Numerische Einschrittverfahren</b>	<b>214</b>
8.1	Einige Beispiele	214
8.2	Allgemeine Untersuchung von Einschrittverfahren	221
8.3	Runge-Kutta-Verfahren	233
8.4	Schrittweitensteuerung	241
8.5	Aufgaben	245
<b>9</b>	<b>Mehrschrittverfahren</b>	<b>249</b>
9.1	Verfahren mit konstanter Schrittweite	249
9.2	Adams-Basforth-Verfahren	259
9.3	Adams-Moulton-Verfahren	264
9.4	Prädiktor-Korrektor-Verfahren	269
9.5	Aufgaben	274
<b>10</b>	<b>Stabilität von Lösungen und singuläre Punkte eines Vektorfeldes</b>	<b>281</b>
10.1	Stabilität von Lösungen	281
10.2	Singuläre Punkte eines Vektorfeldes	287
10.3	Aufgaben	297
<b>11</b>	<b>Parameterabhängige Differentialgleichungen</b>	<b>299</b>
11.1	Parameterabhängigkeit der Lösung	299
11.2	Störungsrechnung	306
11.3	Aufgaben	312
	<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>315</b>