

Inhalt

Abhängigkeitsgraph für die einzelnen Raumtypen	6
Liste der auftretenden Räume	6
 1. Einführendes zur Anwendung der Funktionalanalysis	 7
1.1. Allgemeine Grundbegriffe	7
1.2. Einführende Anwendungsbeispiele der Funktionalanalysis	11
1.2.1. Ein Approximationsproblem	12
1.2.2. Mathematische Beschreibung eines Stoßvorgangs	15
1.2.3. Hamilton-Funktion und Hermitesche Differentialgleichung beim quantenmechanischen harmonischen Oszillator	21
1.2.4. Ein volkswirtschaftliches Verflechtungsmodell als Fixpunktproblem	25
1.2.5. Zeitoptimale Steuerung einer erzwungenen gedämpften Schwingung	27
1.3. Meßbare Funktionen, Lebesgue-Integral	28
 2. Räume	 34
2.1. Vollständige metrische Räume, Banachräume	34
2.1.1. Konvergenz von Folgen in metrischen Räumen. Abgeschlossene und offene Mengen. Vollständigkeit und Kompaktheit	34
2.1.2. Banachräume	39
2.2. Funktionsräume	41
2.2.1. Räume stetiger und stetig differenzierbarer Funktionen	42
2.2.2. Räume integrierbarer Funktionen (Lebesgue-Räume)	43
2.2.3. Sobolew-Räume	46
2.2.4. Folgenräume	47
2.3. Lineare Funktionale, schwache Konvergenz, dualer Raum	48
2.3.1. Lineare Funktionale	48
2.3.2. Dualer Raum	52
2.3.3. Fortsetzung stetiger linearer Funktionale. Satz von Hahn und Banach. Trennungssätze	54
2.3.4. Schwache Konvergenz	56
2.4. Hilberträume, Orthogonalentwicklungen	57
2.4.1. Grundbegriffe, Beispiele	57
2.4.2. Orthogonalentwicklungen	59
2.4.3. Orthogonales Komplement, orthogonale direkte Summe	62
 3. Lineare Operatoren	 65
3.1. Das Rechnen mit linearen Operatoren	66
3.2. Beschränkte lineare Operatoren in Banachräumen	67
3.2.1. Spektrum und Resolvente	68
3.2.2. Vollstetige lineare Operatoren	74
3.2.3. Duale Operatoren	76
3.2.4. Fredholmsche Alternative	77
3.3. Lineare Operatoren in Hilberträumen	78
3.3.1. Grundlegende Begriffe, Sätze und Beispiele	78
3.3.1.1. Einführende Beispiele	78
3.3.1.2. Die Matrixdarstellung eines linearen Operators	79
3.3.1.3. Der adjungierte Operator eines beschränkten Operators im Hilbertraum	80
3.3.1.4. Der adjungierte Operator eines unbeschränkten Operators im Hilbertraum	82
3.3.2. Vollstetige selbstadjungierte Operatoren im Hilbertraum	84
3.3.3. Konstruktive Verzweigungstheorie	85

4.	Ausgewählte Anwendungen	89
4.1.	Distributionen	89
4.1.1.	Distributionen als lineare stetige Funktionale	89
4.1.2.	Rechenregeln und Anwendungen	90
4.2.	Differentialrechnung und Anwendungen	98
4.2.1.	Ableitungsbegriffe	98
4.2.2.	Bifurkationen (Verzweigungen)	100
4.3.	Ekelandsches Variationsprinzip	103
4.4.	Fixpunktsätze	106
4.4.1.	Gleichgewichtspunkte und Fixpunkte in Ökonomie und Spieltheorie	106
4.4.2.	Banachscher Fixpunktsatz und zugehöriges Iterationsverfahren	107
5.	Unbeschränkte Operatoren in Hilberträumen	109
5.1.	Halbbeschränkte Operatoren in Hilberträumen	109
5.1.1.	Der Satz von Friedrichs	109
5.1.2.	Der Fortsetzungsprozeß	110
5.1.3.	Einige Operatoren der Quantenmechanik	113
5.1.4.	Instationäre Zustände und Schrödinger-Gleichung	115
5.1.5.	Beziehungen zur quantenmechanischen Streuung. Unschärferelation	117
5.1.6.	Fortsetzung elliptischer Differentialoperatoren	118
5.2.	Spektralzerlegung selbstadjungierter Operatoren in Hilberträumen	121
5.2.1.	Vollstetige Operatoren	121
5.2.2.	Selbstadjungierte Operatoren in Hilberträumen	122
5.2.3.	Anwendungen auf die Quantenmechanik	123
5.2.4.	Eigendifferentiale	125
5.3.	Lösungsverfahren für Operatorgleichungen und Extremalaufgaben	127
5.3.1.	Ritz-Verfahren	127
5.3.2.	Newton-Verfahren	129
5.3.2.1.	Grundlagen	129
5.3.2.2.	Beispiel	130
Literatur		131
Register		134