H. G. Zachmann

Mathematik für Chemiker

5., erweiterte Auflage

VCH

Weinheim · New York
Basel · Cambridge
Tokyo

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur ersten Auflage ... XVII
Vorwort zur zweiten Auflage ... XIX
Vorwort zur dritten Auflage ... XIX
Vorwort zur fünften Auflage ... XX

I. Allgemeine Grundlagen

A. Was ist Mathematik? ... 1
B. Die Sprache der Mathematik ... 3
C. Die verschiedenen Arten des mathematischen Beweises ... 5
D. Deduktion, Induktion und Intuition in der Mathematik ... 6

II. Einführung der Zahlen

A. Einige Betrachtungen aus der Mengenlehre ... 7
1. Begriff der Menge und Operationen mit verschiedenen Mengen ... 7
2. Relationen und Operationen innerhalb einer Menge ... 7

B. Natürliche Zahlen ... 10
1. Definition und Darstellung ... 10
2. Das Rechnen mit den natürlichen Zahlen ... 11
3. Zahlentheorie ... 13

C. Negative Zahlen ... 14
D. Brüche ... 15
E. Irrationale Zahlen ... 17
F. Komplexe Zahlen ... 18
G. Einige abgeleitete Rechenregeln ... 21
1. Das Rechnen mit Summen- und Produktzeichen ... 21
2. Das Rechnen mit Ungleichungen ... 23

III. Kombinatorik

A. Permutationen ... 27
B. Variationen ... 29
C. Kombinationen ... 31
D. Binomischer Lehrsatz ... 33

IV. Matrizen, Determinanten, lineare Gleichungen

A. Matrizen ... 39
B. Determinanten ... 42
1. Definition ... 42
2. Verfahren zur Berechnung von Determinanten niedriger Ordnung ... 43
3. Laplacescher Entwicklungssatz ... 44
4. Das Rechnen mit Determinanten ... 45
5. Verfahren zur Berechnung von Determinanten beliebiger Ordnung ... 47
6. Unterdeterminanten und Rang einer Matrix ... 48
7. Lineare Abhängigkeit ... 50

C. Lineare Gleichungen ... 52
1. Einleitung ... 52
2. Inhomogene Gleichungssysteme ... 53

a) System gleich vieler Gleichungen und Unbekannter mit nicht verschwindender Koeffizientendeterminante ... 53
α) Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten S. 53; β) n Gleichungen mit n Unbekannten S. 55
b) Allgemeines inhomogenes Gleichungssystem ... 58
α) Bedingungen für die Lösbarkeit S. 58; β) Verfahren zum Auffinden der Lösungen S. 61
3. Homogene Gleichungssysteme ... 62
a) Diskussion der Lösbarkeit ... 62
b) Sätze über Lösungen. Fundamentales Lösungssystem ... 64
c) Allgemeine Lösung des inhomogenen Systems ... 65
4. Zusammenhang mit Vektorrechnung und analytischer Geometrie ... 66

V. Gleichungen höheren Grades

A. Gleichungen mit einer Unbekannten ... 67
1. Übersicht über die Lösungsmethoden ... 67
2. Allgemeine Betrachtungen über die Existenz und Eigenschaften der Lösungen ... 68
3. Einige Betrachtungen über Polynome ... 71

B. Gleichungen mit mehreren Unbekannten ... 71
C. Algebraische und transzendente Zahlen. Konstruktion von Zahlen auf der Zahlengeraden ... 72

VI. Unendliche Zahlenfolgen und Reihen

A. Unendliche Zahlenfolgen ... 75
1. Definition, Bezeichnungen und Beispiele ... 75
2. Häufungswerte, Grenzwert, Konvergenz und Divergenz ... 76
3. Konvergenzkriterien ... 77
4. Das Rechnen mit Grenzwerten ... 80

B. Unendliche Reihen ... 82
1. Definition, Bezeichnungen und Beispiele ... 82
2. Reihenrest und Güte der Konvergenz ... 84
3. Konvergenzkriterien ... 85
4. Das Rechnen mit unendlichen Reihen ... 89
5. Potenzreihen ... 90

C. Definition von Zahlen durch Reihen ... 91

VII. Funktionen

A. Erläuterung des Funktionsbegriffes ... 95
B. Funktionen einer Veränderlichen ... 96
1. Darstellung ... 96
2. Interpolation und Extrapolation ... 97
3. Umkehrung und implizite Darstellung einer Funktion ... 98

4. Wichtige Begriffe zur Charakterisierung von Funktionen 100
5. Diskussion einiger spezieller Funktionen 102
a) Algebraische Funktionen 102
b) Exponentialfunktionen 104
c) Logarithmusfunktionen 106
d) Kreisfunktionen 108
e) Zyklometrische Funktionen 111
f) Hyperbelfunktionen und ihre Umkehrungen 112
g) Einige weitere spezielle Funktionen 113
6. Einführung des Begriffs der Stetigkeit 115
a) Allgemeine Definition der Stetigkeit 115
b) Gleichmäßige Stetigkeit 117
c) Grenzwerte, rechts- und linksseitige Stetigkeit 117
7. Zuordnung von Funktionswerten mit Hilfe von Grenzwerten 118
8. Sätze über stetige Funktionen 120
9. Definition von Funktionen durch unendliche Reihen 120

C. Funktionen mehrerer Veränderlicher 122
1. Darstellung 122
a) Rechtwinkelige Koordinaten 122
b) Dreieckskoordinaten 127
2. Einige Betrachtungen über Definitionsbereiche 129
3. Stetigkeit und gleichmäßige Stetigkeit 130
4. Quadratische Formen 131

VIII. Vektoralgebra

A. Definition des Skalars und des Vektors 135

B. Algebraische Operationen mit Vektoren 136
1. Summe von Vektoren 136
2. Differenz von Vektoren 138
3. Zerlegung eines Vektors 138
4. Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar 139
5. Einheitsvektoren und Darstellung eines Vektors durch die Summe der aus den Komponenten gebildeten Vektoren 139
6. Skalares Produkt 140
7. Vektorielles Produkt 142
8. Mehrfache Produkte 145

C. Lineare Abhängigkeit und Darstellung in verschiedenen Räumen 147
1. Lineare Abhängigkeit von Vektoren 147
2. Darstellung eines Vektors mit Hilfe eines beliebigen Dreibeins 149
a) Allgemeines Dreibein 149
b) Orthonormiertes Dreibein 153
c) Transformationsgleichungen in Matrixform 155
d) Kovariante und kontravariante Komponenten 156
e) Betrag und skalares Produkt im allgemeinen Fall 157

D. Der *n*-dimensionale Vektorraum 158

IX. Analytische Geometrie

A. Aufgaben der analytischen Geometrie ... 163
B. Beispiele für die analytische Darstellung von Kurven und Flächen ... 163
1. Darstellung durch Gleichungen in x, y und z ... 163
a) Ebenes Koordinatensystem ... 163
b) Räumliches Koordinatensystem ... 165
2. Parameterdarstellung ... 171

C. Abbildungen ... 174
1. Begriff der Abbildung ... 174
2. Diskussion einiger spezieller Abbildungen ... 176
a) Parallelverschiebung ... 176
b) Affine Abbildung mit festliegendem Koordinatenursprung ... 177
α) Eigenschaften der Abbildung S. 177; β) Aufeinanderfolge mehrerer Abbildungen S. 179; γ) Umkehrung der Abbildung S. 179; δ) Eigenwerte und Eigenvektoren S. 180
c) Drehung und Spiegelung als Sonderfall affiner Abbildungen ... 184
α) Eigenschaften der Abbildungsmatrizen S. 184; β) Aufsuchen der orthogonalen Matrizen zweiter Ordnung S. 186
d) Nichtlineare Abbildungen ... 189
3. Systematische Unterteilung der Abbildungen; Erlanger Programm ... 191
D. Koordinatentransformationen ... 193
1. Allgemeines ... 193
2. Diskussion einiger spezieller Transformationen ... 194
a) Affine Transformationen mit festbleibendem Koordinatenursprung ... 194
b) Drehung des Koordinatensystems als Sonderfall der affinen Transformation ... 197
c) Transformation auf krummlinige Koordinaten ... 199
3. Änderung einer Abbildungsmatrix bei der Koordinatentransformation 202
a) Allgemeine Transformation. Invarianz der Spur ... 202
b) Diagonalisierung von Matrizen ... 206
E. Diskussion der allgemeinen Gleichung zweiten Grades. Hauptachsentransformation ... 208

X. Differential- und Integralrechnung von Funktionen einer Veränderlichen

A. Differentiation von Funktionen ... 215
1. Die erste Ableitung einer Funktion ... 215
2. Das Rechnen mit Differentialen ... 217
3. Differentiation einiger spezieller Funktionen ... 218
4. Einige allgemeine Regeln für das Differenzieren ... 220
5. Differentiation weiterer spezieller Funktionen ... 224
6. Numerisches Differenzieren ... 228
7. Höhere Ableitungen ... 229
8. Mittelwertsatz der Differentialrechnung ... 230

9. Anwendungen des Differenzierens ... 231
a) Geschwindigkeit ... 231
b) Näherungsweise Berechnung von Funktionsänderungen ... 233

B. Integration von Funktionen ... 234
1. Das bestimmte Integral ... 234
a) Begriff des bestimmten Integrals ... 234
b) Beispiele zur Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe der Summenformel ... 237
c) Einige Sätze über bestimmte Integrale ... 240
d) Integralabschätzung und Mittelwertsatz der Integralrechnung ... 240
2. Das unbestimmte Integral ... 243
a) Definition der Stammfunktion ... 243
b) Definition des unbestimmten Integrals ... 244
3. Berechnung des bestimmten Integrals mit Hilfe der Stammfunktion ... 245
4. Verfahren zur Integration ... 247
a) Allgemeines ... 247
b) Zerlegung des Integrals in eine Summe von Integralen ... 247
c) Abspaltung eines konstanten Faktors ... 247
d) Substitution einer neuen Variablen ... 248
e) Partielle Integration ... 250
f) Rekursion ... 251
g) Partialbruchzerlegung ... 251
h) Definition von Funktionen durch Integrale ... 254
5. Uneigentliche Integrale ... 255
6. Anwendungen des Integrierens ... 258
a) Flächenberechnungen ... 258
b) Berechnung der Arbeit ... 259
c) Angenäherte Berechnung von Summen durch Integration ... 261
7. Stieltjessches Integral und Lebesguesches Integral ... 262

C. Integration und Differentiation unendlicher Folgen und Reihen von Funktionen 264

D. Taylorsche Reihe ... 267
1. Aufsuchen der Taylorschen Reihe ... 267
2. Ableitung einer Formel zur Abschätzung des Restgliedes ... 269
3. Beispiele für Reihenentwicklungen ... 270

E. Unbestimmte Ausdrücke; Ordnung von Null- und Unendlichkeitsstellen ... 273
1. Die Ausdrücke $0/0$ und ∞/∞ ... 273
2. Weitere unbestimmte Ausdrücke ... 276
3. Ordnung von Nullstellen und Unendlichkeitsstellen ... 277

F. Kurvendiskussion; Maxima und Minima ... 279
1. Charakteristische Kurvenpunkte ... 279
2. Bestimmung von Nullstellen ... 280
3. Bestimmung von Maxima und Minima ... 281
4. Bestimmung von Wendepunkten und Sattelpunkten ... 282
5. Durchführung der Kurvendiskussion ... 283
6. Andere Extremwertaufgaben ... 285

XI. Differential- und Integralrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher

A. Differentiation ... 287
1. Begriff der partiellen Ableitung ... 287
2. Höhere Ableitungen; Satz von Schwarz ... 289
3. Allgemeine Betrachtungen über die partiellen Ableitungen sowie über die Existenz einer Tangentialebene ... 290
4. Das totale Differential ... 292
5. Differentiation mittelbarer Funktionen ... 294
6. Differentiation impliziter Funktionen ... 296
7. Systeme von Funktionen und deren Umkehrung ... 299
   a) Der Begriff der Funktionaldeterminante ... 299
   b) Existenz und Differenzierbarkeit der Umkehrfunktion ... 300
8. Schreibweise des partiellen Differentialquotienten in der Thermodynamik 301

B. Einfaches Integral über eine Funktion mehrerer Veränderlicher ... 305
1. Eigenschaften des Integrals ... 305
2. Differentiation des Integrals ... 305
3. Integration des Integrals ... 307
4. Besonderheiten bei uneigentlichen Integralen ... 309
5. Anwendung der Ergebnisse zur Berechnung bestimmter Integrale ... 310

C. Bereichsintegrale ... 312
1. Definition des zweidimensionalen Bereichsintegrals ... 312
2. Berechnung des zweidimensionalen Bereichsintegrals ... 313
3. Integrale über Bereiche von mehr als zwei Dimensionen ... 317
4. Transformation der Variablen als Hilfe zur Integralberechnung ... 318
5. Anwendungen ... 321
   a) Berechnung von Volumina ... 321
   b) Berechnung von Oberflächen ... 325
   c) Berechnung des Integrals $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2}\, dx$ ... 326

D. Kurvenintegrale ... 328
1. Definition und Berechnung ... 328
2. Wegunabhängigkeit des allgemeinen Kurvenintegrals ... 332
3. Vollständiges und unvollständiges Differential ... 336
4. Gaußscher Integralsatz und Greensche Integralformeln ... 337

E. Flächenintegrale ... 340

F. Mittelwertsatz und Taylorsche Reihe ... 343

G. Maxima und Minima ... 344
1. Charakteristische Flächenpunkte ... 344
2. Bestimmung von Maxima, Minima und Sattelpunkten ... 346
3. Bestimmung von Maxima und Minima unter Nebenbedingungen ... 348

H. Eigenschaften und Anwendung der δ-Funktion ... 355
1. Definition und Eigenschaften ... 355
2. Anwendungen ... 356
3. Sprungfunktion ... 357

I. Faltung ... 358

XII. Vektoranalysis und Tensorrechnung

A. Vektoranalysis ... 363
1. Vektorfelder und Skalarfelder ... 363
2. Der Gradient ... 364
3. Konservative Vektorfelder ... 367
4. Die Divergenz und der Satz von Gauß ... 369
5. Die Rotation und der Satz von Stokes ... 372
6. Nablaoperator und Laplaceoperator ... 373
7. Einige Rechenregeln ... 374
8. Krummlinige Koordinaten ... 374

B. Tensorrechnung ... 377
1. Einfaches Beispiel für einen Tensor zweiter Stufe ... 377
2. Allgemeine Definition des Tensors zweiter Stufe ... 379
3. Tensorellipsoid ... 381

XIII. Funktionentheorie

A. Aufgaben der Funktionentheorie ... 385

B. Definition und Darstellung von Funktionen einer komplexen Variablen ... 385
1. Folgen und Reihen von komplexen Zahlen ... 385
2. Definition von Funktionen ... 386
3. Einige Rechenregeln für komplexe Zahlen ... 390
4. Stetigkeit von Funktionen ... 392
5. Mehrdeutige Funktionen; Riemannsche Fläche ... 393

C. Differentiation und Integration von Funktionen komplexer Variabler ... 395
1. Differentiation; Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen ... 395
2. Singuläre Stellen ... 398
3. Integration ... 398
4. Wegunabhängigkeit des Integrals ... 400
5. Das Residuum ... 402
6. Cauchysche Integralformel ... 405

D. Reihenentwicklungen von Funktionen einer komplexen Variablen ... 407
1. Allgemeines über Reihen und Funktionen ... 407
2. Taylorsche Reihe ... 408
3. Laurent-Reihe ... 410
4. Zur Berechnung des Residuums ... 412

E. Weitere funktionentheoretische Betrachtungen ... 413
1. Der Identitätssatz für analytische Funktionen ... 413
2. Analytische Fortsetzung ... 414
3. Einteilung der Funktionen ... 415

XIV. Reihenentwicklung nach orthonormierten Funktionensystemen; Integraltransformationen

A. Fourierreihen und Fourierintegrale ... 419
1. Fourierreihe einer Funktion von einer Variablen in reeller Schreibweise 419
a) Angabe der Formeln und Beispiele ... 419
b) Beweis ... 425

2. Fourierreihe einer Funktion von einer Variablen in komplexer Schreibweise 427
3. Fourierreihe einer Funktion von mehreren Variablen 429
4. Fourierintegral 430
5. Darstellung der Deltafunktion 434

B. Fouriertransformation 435
1. Definition 435
2. Beispiele 436
3. Zusammenhang zwischen der Symmetrie einer Funktion und dem Real- bzw. Imaginärteil der fouriertransformierten Funktion 440
4. Die verschiedenen Abweichungen bei der Definition der Fouriertransformation 444
5. Aussagen über die Umkehrung der Fouriertransformation 446
6. Einige Sätze über Fouriertransformationen 447
   a) Verschiebung der zu transformierenden Funktion 447
   b) Fouriertransformation eines Faltungsproduktes 449
   c) Fouriertransformierte der differenzierten Funktion 450
7. Anwendungen in der Chemie 450
   a) Allgemeine Untersuchung von Schwingungen und Wellen 450
   b) Infrarotspektroskopie 451
   c) Magnetische Kernresonanz 454
   d) Röntgenstreuung 456

C. Darstellung einer Funktion durch eine Reihe aus orthonormierten Funktionen 461
1. Problemstellung; orthonormierte Funktionensysteme 461
2. Reihenentwicklung 462

D. Darstellung einer Funktion durch ein Integral (Integraltransformation) 466
1. Allgemeine Betrachtungen 466
2. Laplacetransformation 467

E. Operatoren 470

F. Funktionen als Vektoren in unendlich-dimensionalen Räumen 471
1. Deutung einer Funktion $f(x)$ als Vektor 471
2. Transformation einer Funktion in verschiedene Räume. Hilbertraum . 472
3. Diagonalisierung von Abbildungsmatrizen bzw. Operatoren 477
4. Vereinheitlichung der Schreibweise mit Hilfe von Diracschen bra- und ket-Symbolen 480

XV. Differentialgleichungen

A. Allgemeine Definitionen und Beispiele 483
1. Gewöhnliche Differentialgleichungen 483
2. Systeme von gewöhnlichen Differentialgleichungen 486
3. Partielle Differentialgleichungen 486
4. Aufgaben der Theorie der Differentialgleichungen 487

B. Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung 488
1. Aussagen über die Existenz und Eindeutigkeit der Lösungen 488
   a) Gleichungen, die sich in eindeutiger Weise nach y' auflösen lassen .. 488
   b) Gleichungen, die sich nicht eindeutig nach y' auflösen lassen 491

2. Verfahren zur Lösung der linearen Differentialgleichungen 493
a) Allgemeine Betrachtungen 493
b) Lösung der homogenen Gleichung 493
c) Lösung der inhomogenen Gleichung 495
3. Verfahren zur Lösung eines Systems von linearen Differentialgleichungen 497
a) Allgemeine Betrachtungen 497
b) Lösung homogener Systeme 499
α) Untersuchungen über die Lösungsmannigfaltigkeit S. 499; β) Aufsuchen des allgemeinen Integrals S. 501
c) Lösung inhomogener Systeme 505
4. Verfahren zur Lösung nichtlinearer Differentialgleichungen 506

C. Gewöhnliche lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung 508
1. Allgemeines über die Existenz und Mannigfaltigkeit der Lösungen 508
2. Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten 510
a) Allgemeines 510
b) Differentialgleichung der ungedämpften freien Schwingungen 510
α) Ansatz einer trigonometrischen Funktion S. 510; β) Ansatz einer reellen Exponentialfunktion S. 514; γ) Ansatz einer komplexen Funktion S. 515
c) Differentialgleichung der gedämpften freien Schwingungen 517
d) Differentialgleichung erzwungener Schwingungen 518
3. System von Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten 521
4. Lineare Differentialgleichungen mit nichtkonstanten Koeffizienten 526
a) Allgemeines über das Lösen von Differentialgleichungen durch Reihen 526
b) Aufsuchen der Lösungen einiger spezieller Differentialgleichungen .. 527
α) Legendresche Differentialgleichung S. 527; β) Besselsche Differentialgleichung S. 529; γ) Einige weitere Differentialgleichungen S. 531

D. Randwert- und Eigenwertprobleme 532
1. Randwertaufgaben 532
2. Eigenwerte und Eigenfunktionen 535
3. Anwendung der Operatorschreibweise 537

E. Partielle Differentialgleichungen 538
1. Allgemeines 538
2. Aufsuchen der Lösung mit Hilfe des Bernoullischen Produktansatzes . 540
a) Grundsätzliche Betrachtungen zum Lösungsverfahren 540
b) Eindimensionale Wellengleichung (Gleichung der schwingenden Saite) 541
α) Ableitung der partiellen Differentialgleichung S. 541; β) Aufsuchen einer speziellen Lösung bei vorgegebenen Anfangs- und Randbedingungen S. 542; γ) Allgemeine Betrachtungen über die Lösungen S. 545
c) Die Gleichung der schwingenden Membran 548
d) Differentialgleichung der Diffusion und Wärmeleitung 552
α) Ableitung und Diskussion der Gleichung S. 552; β) Diffusion in einem Stab endlicher Länge S. 553; γ) Diffusion in einem unendlich langen Stab S. 555

3. Lösung mit Hilfe von Integraltransformationen 557
a) Allgemeines 557
b) Methode der Laplacetransformation 558
c) Methode der Fouriertransformation 561
4. Lösung mit Hilfe der Greenschen Funktion 563
a) Allgemeines 563
b) Beispiel einer gewöhnlichen Differentialgleichung 565
c) Beispiel einer partiellen Differentialgleichung 568

XVI. Gruppentheorie

A. Grundlagen 573
1. Definition der Gruppe 573
2. Konjugierte Elemente und Einteilung in Klassen 576
B. Symmetriegruppen 577
1. Symmetrieoperationen 577
2. Symmetriegruppen 579
C. Darstellungstheorie 582
1. Grundlagen der Darstellung von Gruppen 582
2. Zusammenhang zwischen verschiedenen Darstellungen 583
3. Irreduzible Darstellungen 585
4. Charaktertafeln 587
5. Darstellung im Vektorraum der Normalkoordinaten 588
a) Allgemeine Betrachtungen 588
b) Anwendung auf Normalschwingungen 591
6. Diagonalisierung von Matrizen. Symmetrische Koordinaten 595

XVII. Wahrscheinlichkeitsrechnung

A. Einleitung 601
1. Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung 601
2. Einige Aussagen über zufällige Ereignisse; Ereignisraum 602
3. Zufallsgrößen 603
B. Definition und Berechnung der Wahrscheinlichkeit im Falle diskreter Zufallsgrößen 604
1. Statistische Definition der Wahrscheinlichkeit 604
2. Wahrscheinlichkeit der Summe von Ereignissen 606
3. Diskussion des Falles gleichwahrscheinlicher Elementarereignisse 606
4. Bedingte Wahrscheinlichkeit 608
5. Wahrscheinlichkeit des Produktes von Ereignissen 610
6. Totale Wahrscheinlichkeit 611
7. Formeln von Bayes 612
8. Zur axiomatischen Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung 612
C. Definition und Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichte im Falle kontinuierlicher Zufallsgrößen 614
1. Definition der Wahrscheinlichkeitsdichte 614
2. Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe zweier Zufallsgrößen 616

D. Kette von *n* Versuchen 618
1. Kette von voneinander unabhängigen Versuchen (Bernoulli-Schema) . . 618
a) Ableitung der exakten Gleichungen 618
b) Diskussion der Funktion $P_n(m)$ 619
c) Näherungsgesetze für große n 621
α) Formulierung und Diskussion der Grenzwertsätze S. 621; β) Beweis der Grenzwertsätze S. 624; γ) Beispiele und Anwendungen S. 626
d) Das Galtonsche Brett 628
e) Das Bernoullische Gesetz der großen Zahlen 628
2. Markowsche Ketten 629
a) Definition der Markowschen Kette 629
b) Übergangsmatrix nach m Versuchen 631
c) Grenzwert der Übergangsmatrix 633

E. Stochastische Prozesse 634
1. Definition und Einteilung der stochastischen Prozesse 634
2. Der Poisson-Prozeß 635
3. Diskrete Markowprozesse 637
4. Kontinuierliche Markowprozesse 637

F. Verteilungsfunktionen und Parameter einer Verteilung 638
1. Definition der Verteilungsfunktion 638
2. Die Parameter einer Verteilungsfunktion 640
a) Eindimensionale Zufallsgröße 640
b) Mehrdimensionale Zufallsgröße 643

G. Aufgaben der Statistik 643

XVIII. Fehler- und Ausgleichsrechnung

A. Zufällige und systematische Fehler 645

B. Mittelwert und Fehler der Einzelmessungen 645
1. Verteilung der Meßwerte und Mittelwert 645
2. Mittlerer Fehler der Einzelmessungen 647
3. Wahrscheinlicher Fehler der Einzelmessung 648
4. Praktische Durchführung der Rechnungen 649

C. Fehlerfortpflanzung 651
1. Fortpflanzung des Fehlers einer Einzelmessung sowie des maximalen Fehlers 651
2. Fortpflanzung des mittleren Fehlers 653
3. Mittlerer Fehler des Mittelwertes 655

D. Ausgleichsrechnung bei zwei voneinander abhängigen Meßgrößen 656

Antworten und Lösungen 659

Weiterführende Literatur 688

Register 690