

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	XI
1 Einführung	1
2 Hintergrund und Motivation	15
2.1 Kausalität – Determinismus	16
2.2 Dynamische Systeme – Beispiele	24
2.3 Phasenraum	31
2.4 Erste Integrale und Mannigfaltigkeiten	33
2.5 Qualitative und quantitative Betrachtungsweise	38
3 Mathematische Einführung in dynamische Systeme	39
3.1 Lineare autonome Systeme	39
3.2 Nichtlineare Systeme und Stabilität	53
3.3 Invariante Mannigfaltigkeiten	60
3.4 Diskretisierung in der Zeit	62
3.5 Poincaré-Abbildung	64
3.6 Fixpunkte und Zyklen diskreter Systeme	66
3.7 Ein Beispiel diskreter Dynamik – die logistische Abbildung	70
4 Dynamische Systeme ohne Dissipation	78
4.1 Hamiltonsche Gleichungen	78
4.2 Kanonische Transformationen, Integrierbarkeit	86
4.3 f-dimensionale Ringe (Tori) und Trajektorien	97
4.4 Die Grundzüge der KAM-Theorie	100
4.5 Instabile Tori, chaotische Bereiche	106
4.6 Ein numerisches Beispiel: die Hénon-Abbildung	117
5 Dynamische Systeme mit Dissipation	134
5.1 Volumenkontraktion – eine wesentliche Eigenschaft dissipativer Systeme	135
5.2 Seltsamer Attraktor: Lorenz-Attraktor	138
5.3 Leistungsspektrum und Autokorrelation	144
5.3.1 Harmonische Analyse und Fourier-Transformation	145
5.3.2 Eigenschaften der Fourier-Transformation; Faltungen und Korrelationen	148
5.3.3 Einfache Fourier-Transformationen, Linienspektren, Diracs δ -Funktion	152
5.3.4 Charakterisierung von Attraktoren mit Hilfe des Leistungsspektrums und der Autokorrelation	155
5.4 Lyapunov-Exponenten	159
5.4.1 Lineare Stabilitätsanalyse nichtlinearer Systeme: Gleichgewichtszustand	160
5.4.2 Stabilität periodischer Lösungen: Floquet-Theorie	166

5.4.3	Lyapunov-Exponent eindimensionaler Abbildungen	178
5.4.4	Lyapunov-Exponenten n-dimensionaler kontinuierlicher Systeme	181
5.4.5	Lyapunov-Exponenten n-dimensionaler diskreter Systeme	190
5.4.6	Numerische Berechnung der Lyapunov-Exponenten	192
5.5	Dimensionen	199
5.5.1	Cantor-Menge	202
5.5.2	Fraktaldimensionen: Kapazitätsdimension und Hausdorff-Besicovitch-Dimension	205
5.5.3	Informationsdimension	208
5.5.4	Korrelationsdimension, punktweise Dimension und Rekonstruktion von Attraktoren	221
5.5.5	Verallgemeinerte Dimension D_q	238
5.5.6	Lyapunov-Dimension und Kaplan-Yorke-Vermutung	240
5.6	Kolmogorov-Sinai-Entropie	245
5.6.1	Der Bernoulli-Shift	247
5.6.2	Definition der KS-Entropie	250
5.6.3	Zusammenhang zwischen KS-Entropie und Lyapunov-Exponenten	258
5.6.4	Zeitspanne für verlässliche Prognosen	260
6	Lokale Bifurkationstheorie	264
6.1	Motivation	265
6.2	Zentrumsmanigfaltigkeit	274
6.3	Normalformen	296
6.4	Normalformen von Verzweigungen einparametrischer Flüsse	311
6.5	Stabilität von Verzweigungen infolge Störungen	332
6.6	Verzweigungen von Fixpunkten einparametrischer Abbildungen	337
6.7	Renormierung und Selbstähnlichkeit am Beispiel der logistischen Abbildung	365
6.7.1	Der Mechanismus der Periodenverdopplung ad infinitum .	365
6.7.2	Superstabile Zyklen	372
6.7.3	Selbstähnlichkeit im x -Raum	377
6.7.4	Selbstähnlichkeit im Parameterraum	389
6.7.5	Zusammenhang mit Phasenübergängen 2. Ordnung und Renormierungsmethoden	404
6.8	Ein beschreibender Exkurs in die Synergetik	409
7	Konvektionsströmungen: Bénard-Problem	418
7.1	Hydrodynamische Grundgleichungen	425
7.2	Boussinesq-Oberbeck-Approximation	436
7.3	Lorenz-Modell	438
7.4	Entwicklung des Lorenz-Systems	444
8	Wege zur Turbulenz	456
8.1	Landau-Szenario	461
8.2	Ruelle-Takens-Szenario	466

8.2.1	Instabilität quasiperiodischer Bewegungen auf dem 3D-Torus	467
8.2.2	Experimente von Swinney und Gollub	471
8.3	Universelle Eigenschaften des Übergangs von Quasiperiodizität zu Chaos	475
8.3.1	Der impulsartig erregte gedämpfte Oszillator	476
8.3.2	Die eindimensionale Kreisabbildung	479
8.3.3	Skalierungseigenschaften der Kreisabbildung	492
8.3.3.1	Lokale Skalierungsgesetze	492
8.3.3.2	Globale Skalierungsgesetze	504
8.4	Die Feigenbaum-Route über Periodenverdopplungen ins Chaos ..	510
8.4.1	Weitere Skalierungseigenschaften der Periodenverdopplungskaskade	514
8.4.2	Experimenteller Nachweis der Feigenbaum-Route	526
8.5	Quasiperiodischer Übergang bei fester Windungszahl	530
8.5.1	Skalierungseigenschaften des quasiperiodischen Übergangs	531
8.5.2	Experimenteller Nachweis des quasiperiodischen Übergangs	544
8.6	Der Weg über Intermittenz ins Chaos	551
8.6.1	Intermittenz bei der logistischen Abbildung	551
8.6.2	Klassifikation der Intermittenz	557
8.6.3	Typ I-Intermittenz	559
8.6.4	Typ III-Intermittenz	568
8.6.5	Typ II-Intermittenz	575
8.7	Wege aus dem Chaos, Steuerung des Chaos	577
9	Computereperimente	580
9.1	Einblick in Knochenumbauprozesse	584
9.2	Hénon-Abbildung	600
9.3	Wiederbegegnung mit dem Lorenz-System	607
9.4	Van der Pol'sche Gleichung	614
9.4.1	Selbsterregte Schwingung ohne Fremderregung	615
9.4.2	Selbsterregte Schwingung mit Fremderregung	621
9.5	Duffing-Gleichung	663
9.6	Julia-Mengen und ihr Ordnungsprinzip	686
9.7	Struktur der Arnol'd-Zungen	700
9.8	Zur Kinetik chemischer Reaktionen an Einkristall-Oberflächen ...	709
9.8.1	Ein elektrochemisches System: Pt-Draht in einer Lösung aus Cu^{2+} und anderen Ionen	711
9.8.2	Vorbereitung auf die Kinetik der katalytischen Oxidation von CO an Pt(110)	713
9.8.3	Formulierung des kinetischen Modells	721
9.8.4	Weitere Informationen über oszillierende kinetische Zustände	724
9.8.5	Mischmoden-Schwingungen	726

9.8.6	Identifikation von Chaos und Hyperchaos bei kinetischen Oberflächenreaktionen	728
9.8.7	Raum-zeitliche Musterbildung	733
9.9	Ein Überblick über chaotisches Verhalten in unserem Sonnensystem	739
9.9.1	Die Taumelbewegung des Hyperion	739
9.9.2	Weitere Anmerkungen zu unrunder Satelliten	747
9.9.3	Die 3:1-Kirkwood-Lücke	749
Farbtafeln		639
Literatur		757
Index		777