

Rüdiger Seydel

Einführung in die numerische Berechnung von Finanz-Derivaten

Computational Finance

Mit 34 Abbildungen, 4 Tabellen
und 36 Übungsaufgaben



Springer

Inhalt

Vorwort	v
Bezeichnungen	xi
Kapitel 1 Grundlagen	1
1.1 Optionen	1
1.2 Partielle Differentialgleichungen	6
1.3 Numerische Methoden	8
1.4 Binomial-Bäume	10
1.5 Stochastische Prozesse	17
1.6 Stochastische Differentialgleichungen	20
1.6.1 Itô-Prozess	20
1.6.2 Anwendung auf Aktien	23
1.7 Itô-Lemma und Folgerungen	26
Anmerkungen	29
Übungsaufgaben	31
Kapitel 2 Berechnung von Zahlen nach vorgegebenen Verteilungen	35
2.1 Pseudo-Zufallszahlen	35
2.1.1 Lineare Kongruenz-Methoden	36
2.1.2 Zufalls-Vektoren	36
2.1.3 Fibonacci-Generatoren	40
2.2 Transformierte Zufallsvariable	42
2.2.1 Inversion	42
2.2.2 Transformation im $\mathbb{R}^1$	43
2.2.3 Transformation im $\mathbb{R}^n$	45
2.3 Normalverteilte Zufallsvariable	45
2.3.1 Methode von Box-Muller (1958)	45
2.3.2 Methode von Marsaglia	46
2.3.3 Korrelierte Zufallsvariable	47
2.4 Zahlenfolgen mit niedriger Diskrepanz	49
2.4.1 Monte-Carlo-Integration	49
2.4.2 Diskrepanz	51
2.4.3 Beispiele von Folgen niedriger Diskrepanz	53

Anmerkungen	55
Übungsaufgaben	56
Kapitel 3 Integration von Stochastischen	
Differentialgleichungen	61
3.1 Genauigkeit	62
3.2 Stochastische Taylorentwicklungen	64
3.3 Beispiele Numerischer Methoden	66
3.4 Zwischenwerte	70
3.5 Monte-Carlo-Simulation	70
Anmerkungen	74
Übungsaufgaben	75
Kapitel 4 Black-Scholes und Finite Differenzen	77
4.1 Vorbereitungen	77
4.2 Grundlagen von Differenzenverfahren	80
4.2.1 Differenzen-Approximationen	80
4.2.2 Das Gitter	81
4.2.3 Explizites Verfahren	82
4.2.4 Stabilität	84
4.2.5 Implizite Methode	86
4.3 Crank-Nicolson Verfahren	88
4.4 Randbedingungen	91
4.5 Amerikanische Optionen als freie Randwertprobleme	93
4.5.1 Freie Randwertprobleme	93
4.5.2 Black-Scholes-Ungleichung	95
4.5.3 Hindernis-Probleme	96
4.5.4 Lineare Komplementarität für Amerikanische Put Optionen	98
4.6 Berechnung amerikanischer Optionen	100
4.6.1 Diskretisierung mit Finiten Differenzen	100
4.6.2 Iterative Lösung	102
4.6.3 Algorithmus zur Berechnung von Amerikanischen Optionen	104
4.7 Zur Genauigkeit	105
Anmerkungen	107
Übungsaufgaben	108
Kapitel 5 Finite-Element-Methoden	111
5.1 Gewichtete Residuen	111
5.1.1 Prinzip der gewichteten Residuen	113
5.1.2 Beispiele für Gewichtsfunktionen	114
5.1.3 Beispiele für Basisfunktionen	115
5.2 Galerkin-Ansatz mit Hutfunktionen	116

5.2.1	Hutfunktionen	116
5.2.2	Eine einfache Anwendung	119
5.3	Anwendung auf Optionen	121
5.4	Fehlerabschätzungen	124
5.4.1	Klassische und schwache Lösungen	125
5.4.2	Approximation auf endlich-dimensionalem Teilraum	127
5.4.3	Lemma von Céa	128
	Anmerkungen	130
	Übungsaufgaben	131
Anhänge		133
A1	Finanz-Derivate und ihr Umfeld	133
A2	Wichtiges aus Wahrscheinlichkeit und Statistik	134
A3	Die Black-Scholes-Gleichung	136
A4	Methoden der Numerik	138
A5	Iterative Verfahren für $Ax = b$	141
A6	Funktionenräume	144
Literatur		147
Index		151