

Franz Schwabl

QUANTEN-MECHANIK

Vierte, verbesserte Auflage
mit 118 Abbildungen und 16 Tabellen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo
Hong Kong Barcelona
Budapest

Inhaltsverzeichnis

1. Historische und experimentelle Grundlagen	1
1.1 Einleitung und Überblick	1
1.2 Historisch grundlegende Experimente und Erkenntnisse	3
1.2.1 Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen ..	3
1.2.2 Welleneigenschaften von Teilchen, Beugung von Materiestrahlen	7
1.2.3 Diskrete Zustände	8
2. Wellenfunktion und Schrödinger-Gleichung	13
2.1 Die Wellenfunktion und ihre Wahrscheinlichkeitsinterpretation	13
2.2 Schrödinger-Gleichung für freie Teilchen	15
2.3 Superposition von ebenen Wellen	16
2.4 Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Impulsmessung	19
2.4.1 Veranschaulichung der Unschärferelation	21
2.4.2 Impuls im Ortsraum	22
2.4.3 Operatoren und Skalarprodukt	23
2.5 Korrespondenzprinzip und Schrödinger-Gleichung	26
2.5.1 Korrespondenzprinzip	26
2.5.2 Postulate der Quantentheorie	27
2.5.3 Mehrteilchensysteme	28
2.6 Das Ehrenfestsche Theorem	29
2.7 Die Kontinuitätsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte	31
2.8 Stationäre Lösungen der Schrödinger-Gleichung, Eigenwertgleichungen	32
2.8.1 Stationäre Zustände	32
2.8.2 Eigenwertgleichungen	33
2.8.3 Entwicklung nach stationären Zuständen	35
2.9 Physikalische Bedeutung der Eigenwerte eines Operators ..	36
2.9.1 Einige wahrscheinlichkeitstheoretische Begriffe ..	36
2.9.2 Anwendung auf Operatoren mit diskreten Eigenwerten	37

2.9.3	Anwendung auf Operatoren mit kontinuierlichem Spektrum	38
2.9.4	Axiome der Quantentheorie	41
2.10	Ergänzungen	42
2.10.1	Das allgemeine Wellenpaket	42
2.10.2	Bemerkung zur Normierbarkeit der Kontinuumszustände	44
3.	Eindimensionale Probleme	45
3.1	Der harmonische Oszillator	45
3.1.1	Algebraische Methode	46
3.1.2	Die Hermite-Polynome	50
3.1.3	Die Nullpunktssenergie	51
3.1.4	Kohärente Zustände	53
3.2	Potentialstufen	55
3.2.1	Stetigkeit von $\psi(x)$ und $\psi'(x)$ für stückweise stetiges Potential	56
3.2.2	Die Potentialstufe	56
3.3	Tunneleffekt, Potentialschwelle	61
3.3.1	Die Potentialschwelle	61
3.3.2	Kontinuierliche Potentialberge	64
3.3.3	Anwendungsbeispiel: Der α -Zerfall	65
3.4	Potentialtopf	68
3.4.1	Gerade Symmetrie	69
3.4.2	Ungerade Symmetrie	70
3.5	Symmetrieeigenschaften	73
3.5.1	Parität	73
3.5.2	Konjugation	74
3.6	Allgemeine Diskussion der eindimensionalen Schrödinger-Gleichung	74
3.7	Potentialtopf, Resonanzen	78
3.7.1	Analytische Eigenschaften des Transmissionskoeffizienten	81
3.7.2	Bewegung eines Wellenpaketes in der Nähe einer Resonanz	84
4.	Unschärferelation	91
4.1	Heisenbergsche Unschärferelation	91
4.1.1	Schwarzsche Ungleichung	91
4.1.2	Allgemeine Unschärferelationen	91
4.2	Energie-Zeit-Uncertainty	93
4.2.1	Durchgangsdauer und Energieunschärfe	93
4.2.2	Dauer einer Energiemessung und Energieunschärfe	94

4.2.3 Lebensdauer und Energieunschärfe	95
4.3 Gemeinsame Eigenfunktionen von kommutierenden Operatoren	96
5. Der Drehimpuls	101
5.1 Vertauschungsrelationen, Drehungen	101
5.2 Eigenwerte von Drehimpulsoperatoren	104
5.3 Bahndrehimpuls in Polarkoordinaten	106
6. Zentralpotential I	113
6.1 Kugelkoordinaten	113
6.2 Bindungszustände in drei Dimensionen	116
6.3 Coulomb-Potential	118
6.4 Das Zweikörperproblem	132
7. Bewegung im elektromagnetischen Feld	135
7.1 Der Hamilton-Operator	135
7.2 Konstantes Magnetfeld B	136
7.3 Normaler Zeeman-Effekt	137
7.4 Kanonischer und kinetischer Impuls, Eichtransformation ..	139
7.4.1 Kanonischer und kinetischer Impuls	139
7.4.2 Änderung der Wellenfunktion bei einer Eichtransformation	139
7.5 Aharonov-Bohm-Effekt	140
7.5.1 Wellenfunktion im magnetfeldfreien Gebiet	140
7.5.2 Aharonov-Bohm-Interferenzexperiment	141
7.6 Flussquantisierung in Supraleitern	144
7.7 Freie Elektronen im Magnetfeld	146
8. Operatoren, Matrizen, Zustandsvektoren	149
8.1 Matrizen, Vektoren und unitäre Transformationen	149
8.2 Zustandsvektoren und Dirac-Notation	154
8.3 Axiome der Quantenmechanik	160
8.3.1 Ortsdarstellung	161
8.3.2 Impulsdarstellung	161
8.3.3 Darstellung bezüglich eines diskreten Basissystems ..	162
8.4 Mehrdimensionale Systeme und Vielteilchensysteme	163
8.5 Schrödinger- und Heisenberg-Darstellung	164
8.5.1 Schrödinger-Darstellung	164
8.5.2 Heisenberg-Darstellung	164
8.5.3 Wechselwirkungsdarstellung (Dirac-Darstellung) ..	167
8.6 Bewegung eines freien Elektrons im Magnetfeld	167

9. Spin	173
9.1 Experimentelle Entdeckung des inneren Drehimpulses	173
9.1.1 „Normaler“ Zeeman-Effekt	173
9.1.2 Stern-Gerlach-Experiment	173
9.2 Mathematische Formulierung für Spin 1/2	175
9.3 Eigenschaften der Pauli-Matrizen	176
9.4 Zustände, Spinoren	177
9.5 Magnetisches Moment	178
9.6 Räumliche Freiheitsgrade und Spin	179
10. Addition von Drehimpulsen	181
10.1 Problemstellung	181
10.2 Addition von Spin 1/2-Operatoren	182
10.3 Bahndrehimpuls und Spin 1/2	184
10.4 Allgemeiner Fall	186
11. Näherungsmethoden für stationäre Zustände	191
11.1 Zeitunabhängige Störungstheorie (Rayleigh-Schrödinger) ..	191
11.1.1 Nicht entartete Störungstheorie	192
11.1.2 Störungstheorie für entartete Zustände	194
11.2 Variationsprinzip	195
11.3 WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin)-Methode	196
11.4 Brillouin-Wigner-Störungstheorie	199
12. Relativistische Korrekturen	201
12.1 Relativistische kinetische Energie	201
12.2 Spin-Bahn-Kopplung	203
12.3 Darwin-Term	205
12.4 Weitere Korrekturen	208
12.4.1 Lamb-Verschiebung	208
12.4.2 Hyperfeinstruktur	208
13. Atome mit mehreren Elektronen	211
13.1 Identische Teilchen	211
13.1.1 Bosonen und Fermionen	211
13.1.2 Nicht wechselwirkende Teilchen	213
13.2 Helium	217
13.2.1 Vernachlässigung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung	217
13.2.2 Energieverschiebung durch die abstoßende Elektron-Elektron-Wechselwirkung	219
13.2.3 Variationsmethode	224
13.3 Hartree- und Hartree-Fock-Näherung (Selbstkonsistente Felder)	226

13.3.1	Hartree-Näherung	226
13.3.2	Hartree-Fock-Näherung	229
13.4	Thomas-Fermi-Methode	231
13.5	Atomaufbau und Hundsche Regeln	236
14.	Zeeman-Effekt und Stark-Effekt	243
14.1	Wasserstoffatom im Magnetfeld	243
14.1.1	Schwaches Feld	244
14.1.2	Starkes Feld, Paschen-Back-Effekt	244
14.1.3	Zeeman-Effekt für beliebiges Magnetfeld	245
14.2	Mehrelektronenatome	248
14.2.1	Schwaches Magnetfeld	248
14.2.2	Starkes Magnetfeld, Paschen-Back-Effekt	250
14.3	Stark-Effekt	250
14.3.1	Energieverschiebung des Grundzustandes	251
14.3.2	Angeregte Zustände	251
15.	Moleküle	255
15.1	Qualitative Überlegungen	255
15.2	Born-Oppenheimer-Näherung	257
15.3	Das H_2^+ -Molekül	260
15.4	Das Wasserstoffmolekül H_2	262
15.5	Energieniveaus eines zweiatomigen Moleküls: Schwingungs- und Rotationsniveaus	266
15.6	Van-der-Waals-Kraft	268
16.	Zeitabhängige Phänomene	273
16.1	Heisenberg-Darstellung für einen zeitabhängigen Hamilton-Operator	273
16.2	Sudden Approximation (Plötzliche Parameteränderung)	275
16.3	Zeitabhängige Störungstheorie	276
16.3.1	Störungsentwicklung	276
16.3.2	Übergänge 1. Ordnung	278
16.3.3	Übergänge in ein kontinuierliches Spektrum, Goldene Regel	279
16.3.4	Periodische Störung	281
16.4	Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld	282
16.4.1	Hamilton-Operator	282
16.4.2	Quantisierung des Strahlungsfeldes	283
16.4.3	Spontane Emission	286
16.4.4	Elektrische Dipolübergänge (E1)	287
16.4.5	Auswahlregeln für Elektrische Dipol-(E1)-Übergänge	288

16.4.6 Elektrische Quadrupol- und magnetische Dipolübergänge	290
16.4.7 Absorption und stimulierte Emission	292
17. Zentralpotential II	295
17.1 Schrödinger-Gleichung für sphärisch symmetrisches Kastenpotential	295
17.2 Sphärische Bessel-Funktionen	296
17.3 Bindungszustände des sphärischen Potentialtopfes	298
17.4 Grenzfall eines tiefen Potentialtopfes	300
17.5 Kontinuumslösungen für den Potentialtopf	302
17.6 Entwicklung von ebenen Wellen nach Kugelfunktionen	303
18. Streutheorie	307
18.1 Streuung eines Wellenpaketes und stationäre Zustände	307
18.1.1 Wellenpaket	307
18.1.2 Formale Lösung der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung	308
18.1.3 Asymptotisches Verhalten des Wellenpakets	310
18.2 Streuquerschnitt (Wirkungsquerschnitt)	311
18.3 Partialwellen	313
18.4 Optisches Theorem	316
18.5 Bornsche Näherung	318
18.6 Inelastische Streuung	320
18.7 Streuphasen	322
18.8 Resonanz-Streuung am Potentialtopf	323
18.9 Niederenergie- s -Wellen-Streuung, Streulänge	327
18.10 Streuung für hohe Energien	330
18.11 Ergänzende Bemerkungen	332
18.11.1 Transformation in das Laborsystem	332
18.11.2 Coulomb-Potential	333
19. Supersymmetrische Quantentheorie	335
19.1 Verallgemeinerte Leiteroperatoren	335
19.2 Beispiele	338
19.2.1 Reflexionsfreie Potentiale	338
19.2.2 δ -Funktion	340
19.2.3 Harmonischer Oszillator	341
19.2.4 Coulomb-Potential	341
19.3 Ergänzungen	344

20. Zustand und Meßprozeß in der Quantenmechanik	347
20.1 Der quantenmechanische Zustand, Kausalität und Determinismus	347
20.2 Die Dichtematrix	349
20.2.1 Dichtematrix für reine und gemischte Gesamtheiten	349
20.2.2 Von-Neumann-Gleichung	354
20.2.3 Spin 1/2-Systeme	355
20.3 Der Meßvorgang	358
20.3.1 Der Stern–Gerlach–Versuch	358
20.3.2 Quasiklassische Lösung	359
20.3.3 Stern–Gerlach–Versuch als idealisierter Meßvorgang	360
20.3.4 Allgemeines Experiment und Kopplung an die Umgebung	362
20.3.5 Der Einfluß einer Beobachtung auf die Zeitentwicklung	364
20.3.6 Phasenrelationen beim Stern–Gerlach–Experiment	366
20.4 EPR–Argument, Versteckte Parameter, Bellsche Ungleichung	368
20.4.1 EPR–(Einstein, Podolsky, Rosen)–Argument	368
20.4.2 Bellsche Ungleichung	370
Anhang	375
A. Mathematische Hilfsmittel zur Lösung linearer Differentialgleichungen	375
A.1 Fourier–Transformation	375
A.2 Delta–Funktion und Distributionen	375
A.3 Greensche Funktionen	380
B. Kanonischer und kinetischer Impuls	382
C. Algebraische Bestimmung der Bahndrehimpulseigenfunktionen	383
D. Tabellen und Periodensystem	388
Sachverzeichnis	393